

03-001

APPLICATION OF THE UPPER BOUND METHOD BY ITS NEW MODULAR CONFIGURATION TO INDENTATION PROCESS WITH TILTED PUNCH

Bermudo Gamboa, Carolina; Martín Fernández, Francisco de Sales; Sevilla Hurtado, Lorenzo Universidad de Málaga

Indentation processes are regaining interest nowadays due to the development of new deformation processes in the current manufacturing industry, as the Incremental Forming Processes or the Localized-Incremental Forming processes. This present article considers the analysis of the indentation process performed with a tilted punch. The aim of this study is to extend the analysis to as many differ indentation cases as possible. The development of the mathematical model for a tilted punch allows to conduct geometric combinations with previous studies that were carried out for flat punch cases. Hence, expanding the analysis of complex geometries. Thus, in this paper, the indentation process with tilted punch, studied by the Upper Bound Theorem under its new modular configuration is presented. This new modular configuration consists of three modules of two Triangular Rigid Zone each, for the complete adaption to the considered punch shape.

Keywords: *Indentation; Upper Bound Theorem; Triangular Rigid Zone; Tilted punch; Modular distribution.*

APLICACIÓN DEL TEOREMA DEL LÍMITE SUPERIOR MEDIANTE SU CONFIGURACIÓN MODULAR A PROCESOS DE INDENTACIÓN CON PUNZÓN INCLINADO.

Hoy día, los procesos de indentación vuelven a ganar importancia dentro del ámbito de la fabricación debido al desarrollo de nuevos procesos de conformado plástico que se están llevando a cabo en la industria moderna, como son los Procesos de Forja Incremental o los Procesos de Forja Incremental Localizada. En el presente artículo, se considera el análisis del proceso de indentación mediante punzón inclinado, con el objetivo de ampliar el estudio de los distintos casos de indentación posibles. Desarrollando el modelo matemático para punzón inclinado, será posible realizar combinaciones geométricas unido as estudios previos sobre punzones planos, posibilitando el análisis de geometrías complejas. Se presenta el proceso de indentación mediante punzón inclinado, estudiado mediante el Teorema del Límite Superior bajo su nueva configuración modular, compuesto por tres módulos de dos Bloques Rígidos Triangulares cada uno, adaptándose así a la forma del punzón considerado.

Palabras clave: *Indentación; Teorema del Límite Superior; Bloques Rígidos Triangulares; Punzón inclinado; Distribución Modular*

Correspondencia: Carolina Bermudo Gamboa bgamboa@uma.es

Agradecimientos: Los autores expresan su agradecimiento a la Universidad de Málaga – Campus de Excelencia Internacional Andalucía Tech y al Programa de becas FPU del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte por su aportación económica al proyecto de investigación.

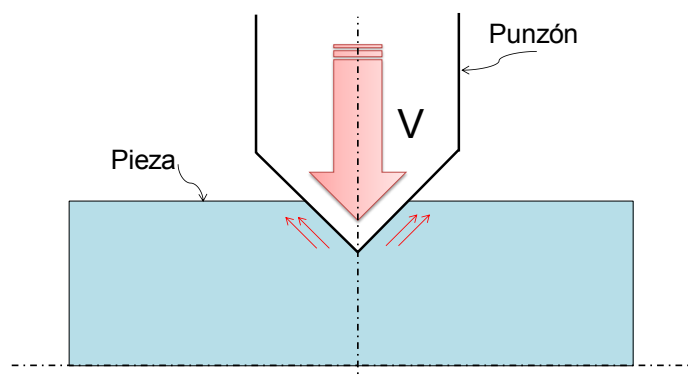
1. Introducción

En los estudios efectuados hasta la fecha relacionados con la indentación, ésta ha sido considerada como un proceso de fabricación secundario debido al tipo de deformaciones que se obtienen a partir de su aplicación, quedando relegada, de este modo, a la realización de ensayos, como los de dureza. La deformación que se produce en una pieza a conformar mediante el proceso de indentación es, generalmente, localizada y de valores reducidos, pudiendo llegar a tener sólo efecto superficial, especialmente en los ensayos de dureza mencionados (Bernal et al. 2012; Chakrabarty 2006).

No obstante, con el reciente desarrollo producido en la industria de manufactura, este proceso se encuentra en auge debido a la gran importancia que presenta como proceso de deformación plástica. Se están consiguiendo significativos avances en procesos basados en la indentación, como puede ser el denominado Proceso de Forja Incremental Localizada (PFIL) o el Proceso de Indentación Múltiple (PIM), ambos clasificados como Procesos de Deformación por Conformado Plástico (PDPC). Este tipo de procesos permite obtener el mismo tipo de deformación que el alcanzado con los procesos actuales mediante la aplicación de unos menores esfuerzos. Además, no requiere matrices con formas complejas, resultando procesos muy flexibles gracias a la posibilidad de ser implementados por completo mediante Control Numérico (Camacho et al. 2012).

Por otro lado, el Teorema del Límite Superior (TLS) mediante su aplicación modular de Bloques Rígidos Triangulares (BRT), desarrollado por F. Martín en 2009 y basado en los estudios llevados a cabo por Kudo en 1960 y 1961, es un método que permite la obtención de los esfuerzos de deformación necesarios para conseguir la deformación estimada en la pieza a deformar, adaptándose al tipo de proceso aplicado. Esta técnica se caracteriza por su sencilla aplicación, una vez que el modelo matemático ha sido generado. Tan sólo con la introducción de algunos de los parámetros conocidos presentes en el proceso, como pueden ser las dimensiones de la matriz o la profundidad de la deformación requerida, el modelo proporciona la magnitud del esfuerzo necesario para la obtención de dicha deformación.

Figura 1: Indentación con punzón inclinado.



En el presente trabajo, el proceso de indentación se estudia desde la perspectiva del TLS. Se ha desarrollado un nuevo modelo modular adaptado a este tipo de procesos de conformado plástico. Se analiza un caso de indentación ejecutado por un punzón inclinado (Figura 1). Una vez desarrollada la formulación matemática pertinente, se podrán estudiar casos de indentación en los que se presenten diferentes combinaciones de punzón plano e inclinado, siendo el modelo simple para casos de indentación solo con punzón plano

abarcado en estudios anteriores (Bermudo, Martín, & Sevilla 2013, 2014a). Por lo tanto, será posible analizar casos de indentación con punzones de superficie más compleja.

Cabe destacar que el caso inclinado dentro de los procesos de indentación es uno de los casos de estudio desarrollados en los últimos años (Goryacheva, Murthy, & Farris 2002; Sackfield, Dini, & Hills 2005) debido a sus diversas aplicaciones en la industria actual (Babaei et al. 2012; Tajul, Maeno, & Mori 2014). Por ello, en el campo de estudio tratado hasta ahora, resulta esencial incluir el proceso de indentación con punzón inclinado.

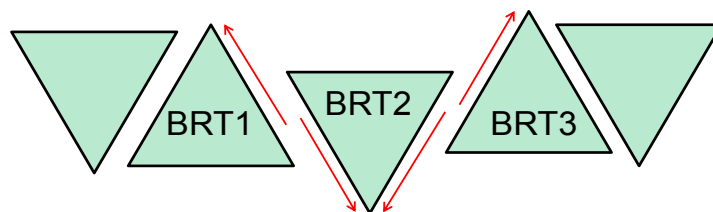
2. Metodología

Para lograr una deformación plástica específica no es necesario el conocimiento del valor exacto de la energía requerida para alcanzar dicha deformación. El TLS aporta el valor de energía que garantiza que la deformación se lleva a término. A pesar de que el TLS no aporta el valor exacto de energía requerida, si provee de un valor mínimo que asegura la deformación plástica de la pieza. Además, gracias a su simplicidad en comparación con otros métodos de análisis, este método es especialmente apto para casos de deformación plana.

La complejidad inherente a las teorías de deformación plástica ha condicionado a lo largo de los años el desarrollo de los métodos analíticos (Chakrabarty 2006). Por el contrario, la aplicación del TLS mediante módulos de BRT resulta ser la opción que presenta menor complejidad de análisis. Aunque los resultados obtenidos mediante este nuevo acercamiento del Teorema son aproximados, aportan soluciones considerablemente precisas basadas en una resolución del problema relativamente sencilla. Los BRT son la opción cinemático-geométrica que permiten alcanzar soluciones precisas de los factores principales que forman parte del proceso de indentación. Esta opción se aplica, inicialmente, bajo la suposición de deformación plana.

El modelo de BRT asume que las tensiones y deformaciones causadas por la deformación en el material sólo se producen en los límites de plano de cada bloque (Figura 2). A lo largo de estos planos tienen lugar las velocidades de discontinuidad o velocidades relativas. Los demás puntos que componen el BRT se moverán con la misma velocidad y en la misma dirección.

Figura 2: Bloques Rígidos Triangulares considerados.



Desde el punto de vista teórico y bajo condiciones generales, el TLS puede expresarse de la siguiente forma: el trabajo realizado por las fuerzas superficiales de tracción (o compresión) llevadas a cabo en un cuerpo rígido-plástico perfecto siempre será menor o igual que el trabajo realizado por las fuerzas superficiales de tracción (o compresión) de cualquier campo de velocidades cinemáticamente admisible (Johnson & Mellor 1983).

La expresión general, bajo hipótesis de deformación plana, es la siguiente:

$$\int_{S_v} T_i \cdot v_i \cdot dS_v \leq \int_{S_D} k \cdot [v^*] \cdot dS_D^* + \int_{S_F} T_i \cdot v_i^* \cdot dS_F \quad (1)$$

Siendo:

T_i : Esfuerzos externos aplicados a la pieza a deformar.

v_i : Campo de velocidades real.

S_v : Superficie donde se aplican las fuerzas externas.

S_D^* : Superficie de discontinuidad.

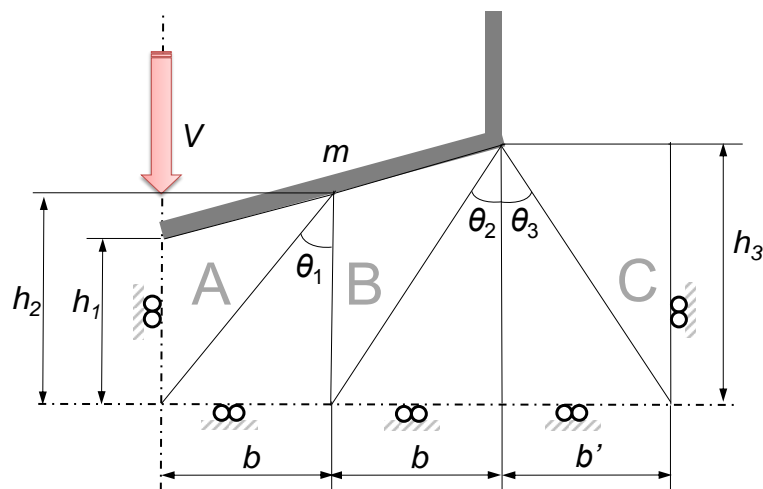
v_i^* : Campo de velocidades cinemáticamente admisible.

S_F : Superficie expuesta a tensiones externas.

Con el fin de abarcar la indentación con punzón inclinado, se analizará una inclinación simple del punzón. El punzón se trata con una simetría vertical y con un sólo tipo de inclinación. Por tanto, se considera para este estudio un punzón con una sola punta.

La implementación tiene lugar con la aplicación del modelo del TLS mediante BRT óptimo desarrollado en anteriores estudios (Bermudo, Martín, & Sevilla 2014), mostrado en la Figura 3. El modelo óptimo desarrollado está compuesto por tres módulos de dos BRT cada uno. Dos de estos módulos se encuentran situados bajo el punzón, quedando el tercero en la parte exterior del mismo. El tercer módulo representa el material que no está en contacto directo con el punzón pero que también sufre deformación plástica debido a la presión que el material precedente ejerce sobre él en su intento de fluir lateralmente hacia el exterior.

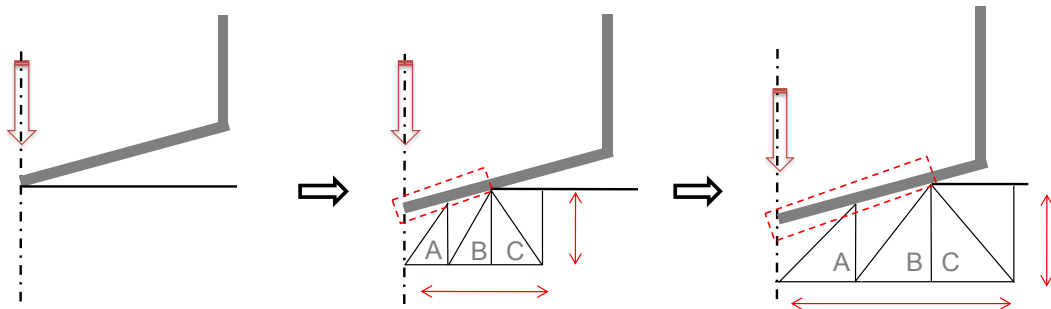
Figura 3. Modelo óptimo implementando a un caso de punzón inclinado.



La primera problemática surgida se debe a la deformación producida en la pieza en los primeros instantes del proceso, ya que no existe un contacto total del punzón con la pieza, como en la Figura 3.

Por lo tanto, será necesario realizar un estudio transitorio para la fase en la que el punzón se encuentra penetrando la pieza y la base del mismo aún no presenta un completo contacto con el material. Gracias a la consideración modular del modelo, es posible dividir la fase inicial en fases donde exista un contacto completo, aumentando el tamaño del modelo cada vez que el punzón se introduce más en la pieza y más material entra en contacto con él. Por ende, se analizan diversos problemas de espesor infinito hasta que el punzón presente un contacto completo. En la Figura 4 se muestra la adaptación del modelo conforme el punzón avanza en su penetración.

Figura 4: Adaptación del modelo modular durante la deformación.



La principal dificultad radica en la especificación del modelo a seguir para estas primeras fases de deformación, barajando las siguientes opciones:

Opción 1.

Se asume un contacto parcial entre el punzón y la pieza a deformar. Manteniendo el ángulo óptimo justificado para casos de indentación con punzón plano (48.2°) para θ_1 (Bermudo, Martín, & Sevilla 2014), será posible deducir los valores para θ_2 y θ_3 , así como para b' , h_1 , h_2 , y h_3 , siendo θ_2 y θ_3 iguales en este caso.

El problema de esta opción radica en que, cuando la inclinación del punzón crece, h_1 decrece, aportando valores negativos en esa altura para valores de inclinación a partir de 45° . Es por ello que esta solución se excluye del proceso de análisis debido a las restricciones que presenta en términos geométricos.

Opción 2.

Esta configuración mantiene h_3 como la altura óptima hallada para casos de indentación con punzón plano y el ángulo óptimo para el ángulo exterior θ_3 . θ_1 y θ_2 , así como h_1 y h_2 se deducen a partir de las variables conocidas. No obstante, esta opción muestra valores negativos para h_1 a partir de 30° de inclinación, por lo que se descarta igualmente.

Opción 3.

En este caso, la altura óptima para h_1 y los ángulos óptimos para θ_1 y θ_3 se mantienen. Asimismo, se obvia que los módulos interiores tengan bases iguales, por lo que estas bases variarán dependiendo de la penetración del punzón. Esta configuración presenta inconsistencias en la longitud de la base del segundo módulo. Éste se ve reducido al aumentar la inclinación del punzón, presentando valores con base negativa para ángulos a partir de 20° . Esta opción se descarta.

Opción 4.

No es posible mantener el ángulo óptimo que se obtiene de la resolución del caso de indentación mediante punzón plano ya que algunas de las variables geométricas relacionadas con el proceso presentan valores negativos. De acuerdo con esto, continuando con la altura óptima para h_1 es determinante para garantizar que el primer módulo abarque suficiente material y omitir la posibilidad de perder ningún módulo debido a esos valores negativos. Adicionalmente, los módulos bajo la influencia directa del punzón se situarán a distancias equivalentes, es decir, cubrirán la mitad de la superficie del punzón en contacto con el material cada uno.

Esta condición permite deducir los ángulos θ_2 y θ_3 . Si $\theta_3 = \theta_2$ y la base del módulo exterior es igual a la de los módulos previos, la base exterior será $b' = b$. El valor final de $p/2k$, siendo p el esfuerzo y k el límite de tensión a cortadura, para la consideración finita (Figura 3) sobrepasa los valores obtenidos para la consideración infinita a factores de forma menores a

la unidad, incluso trabajando con inclinaciones razonables en el punzón, por lo que no pueden considerarse resultados válidos.

No obstante, considerando $\theta_3 = \theta_1$, la opción 4 no muestra este problema en los resultados finales sea cual sea la inclinación del punzón. Ésta será la opción adoptada para la implementación final del modelo modular en caso de indentación mediante punzón inclinado.

3. Resultados

Para la verificación de los resultados obtenidos mediante la aplicación del nuevo modelo modular del TLS a un proceso de indentación mediante punzón inclinado, se realiza una comparativa con los resultados obtenidos mediante el programa DEFORM 2D, basado en el Método de Elementos Finitos (MEF). Los resultados mediante MEF muestran que sólo existe una diferencia en los esfuerzos hasta lograr un completo llenado del punzón (Figura 5 y 6), es decir, hasta que se produzca un contacto completo del área inclinada del punzón con la pieza a deformar (Figura 3). Al mismo tiempo, los resultados obtenidos mediante el TLS presentan estas mismas diferencias para distintas configuraciones del punzón pero, al contrario que con el MEF, estas diferencias en los valores se mantienen durante todo el proceso de penetrado (Figura 7).

Por lo que, a excepción de las etapas en las que la superficie del punzón aún no está en contacto total con la superficie de la pieza, los resultados son similares, llegando a la conclusión de que el modelo matemático desarrollado para el caso de punzón inclinado sólo será necesario en los momentos iniciales de la deformación, siendo preciso el cambio al modelo implementado para punzón plano una vez la superficie inclinada del punzón esté en total contacto con la pieza.

Este comportamiento de los resultados y la decisión adoptada para la aplicación del TLS se asemeja a la solución que aplica el método del Campo de Líneas de Deslizamiento CLD, en la que se considera que, una vez el punzón penetra en la pieza, el área directamente situada bajo el punzón pasa a formar parte de él, por lo que puede ser interpretado como punzón plano y el área que sufre mayor deformación es la que está situada bajo esta porción de material adherida al punzón (Prager & Hodge 1951).

Una vez tenida en cuenta esta excepción, es posible confrontar una comparativa con los resultados obtenidos mediante DEFORM 2D. En la Figura 8 y en la Figura 9 se observa que, aplicando ambos métodos, el nuevo modelo del TLS y el método numérico MEF, los resultados son similares y siguen el mismo patrón.

Luego, en casos de procesos de indentación donde el punzón utilizado presente una geometría inclinada simple, la introducción del modelo del TLS para punzón inclinado será solo necesaria en los primeros instantes de la deformación. Una vez que los valores de $p/2k$ para caso inclinado excedan los valores de $p/2k$ obtenidos en la implementación del modelo modular para caso de punzón plano, el modelo para caso de punzón inclinado será reemplazado por el modelo para caso de punzón plano y el análisis continuará bajo la configuración de punzón plano.

Figura 5: Resultados MEF para diferentes grados de inclinación.

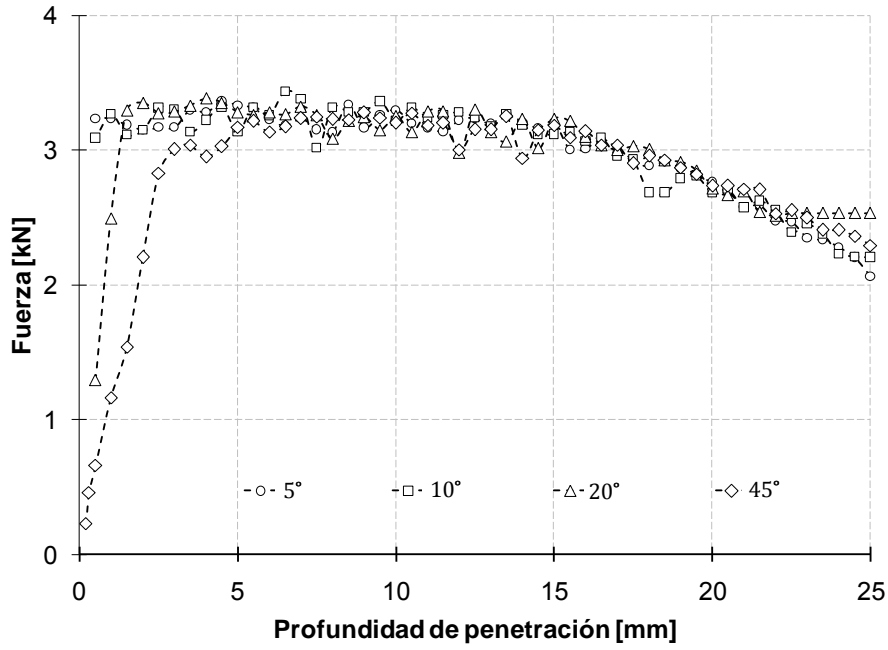


Figura 6: Detalle de la fase inicial de deformación (MEF).

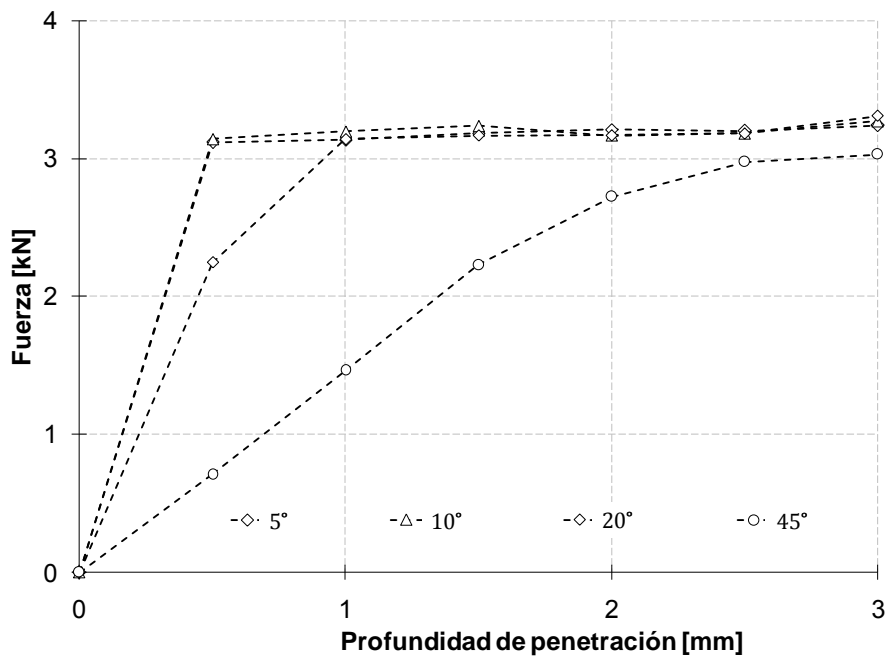


Figura 7: Resultados del TLS para diferentes inclinaciones.

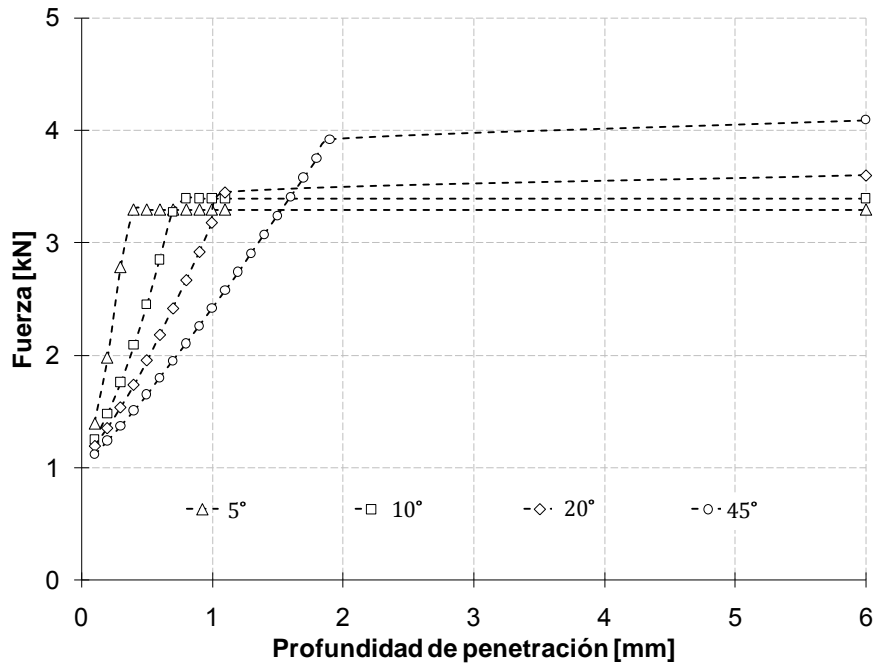


Figura 8: Comparativa del TLS y MEF para 20° de inclinación.

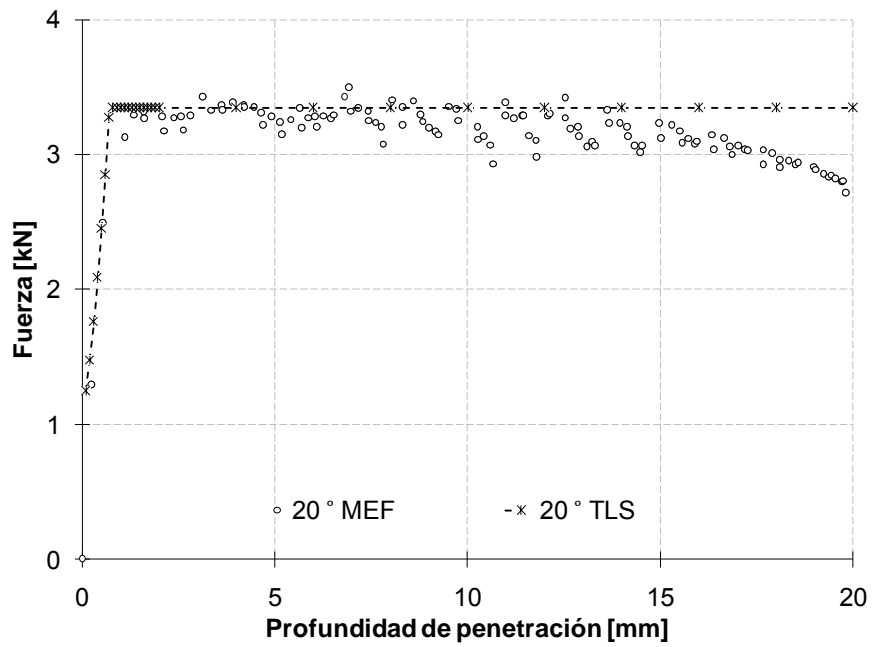
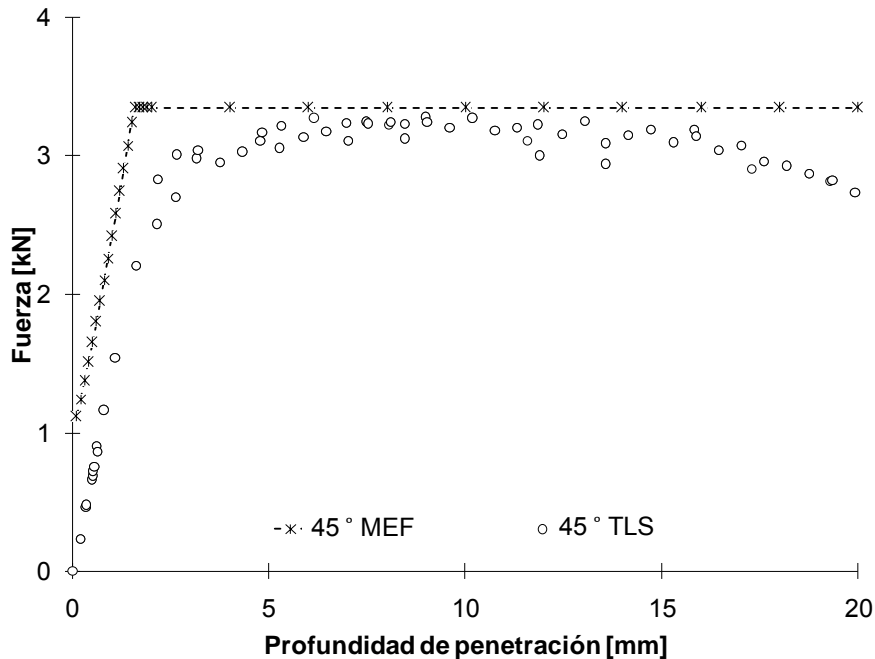


Figura 9: Comparativa del TLS y MEF para 45° de inclinación



4. Conclusiones

Mediante el estudio mostrado en el presente artículo, se aporta la solución analítica de la aplicación del nuevo modelo modular del TLS para casos de indentación mediante punzón plano. Para ello, se han considerado diferentes opciones de análisis, siendo la 4 la más adecuada. La diferencia con los otros casos estimados, es que en esta opción, h_1 se mantiene como altura óptima, determinado su valor en estudios anteriores para casos de indentación con punzón plano, y los ángulos θ_3 y θ_2 serán iguales, sabiendo que cuando $\theta_3 = \theta_2$, $b = b$.

Además, en este trabajo, para la correcta validación del modelo analítico desarrollado, se ha realizado una comparativa con MEF. Se hace uso del programa DEFORM 2D para la aplicación de los casos específicos de indentación con punzón inclinado. Se encuentra que, ya en las primeras etapas del proceso de deformación, los resultados obtenidos para diferentes inclinaciones difirieron. Una vez que la superficie del punzón se encuentra en total contacto con la pieza de trabajo, los resultados obtenidos no presentan significativas, concluyendo que, una vez que la superficie del punzón está completamente llena, esta área del material deformado de la pieza de trabajo se convierte en parte del punzón. Esta nueva área que se une con el punzón puede interpretarse como un todo y, por tanto, como un punzón plano. Así, el área de la pieza de trabajo que sufre más distorsión se encuentra directamente debajo de este material adherido al punzón.

La comparativa con los resultados obtenidos con MEF demuestra que la solución alcanzada con la aplicación de la nueva configuración modular del TLS para indentación con un punzón inclinado es precisa debido a la similitud en la evolución de ambos análisis. Los resultados presentados en el presente estudio, demuestran, una vez más, la idoneidad del TLS en el análisis de un proceso de indentación.

Por tanto, se presenta un método de menor complejidad que los existentes en el estudio de los esfuerzos necesarios en la deformación llevada a cabo por un proceso de indentación. Por un lado, desde la perspectiva matemática, la aplicación de la nueva configuración

modular del TLS implica una aplicación más sencilla en comparación con otros métodos, tales como el MEF. Por otro lado, desde la perspectiva analítica, la consideración modular presenta una ecuación final, simplificando la resolución del problema matemático.

5. Referencias

- Babaei, A., Faraji, G., Mashhadi, M. M., & Hamdi, M. (2012). Repetitive forging (rf) using inclined punches as a new bulk severe plastic deformation method. *Materials Science and Engineering: A*, 558, 150-157.
- Bermudo, C., Martín, F., & Sevilla, L. (2013). Analysis and selection of the modular block distribution in indentation process by the upper bound theorem. *Procedia Engineering*.
- Bermudo, C., Martín, F., & Sevilla, L. (2014a). Optimización del modelo modular en procesos de indentación mediante el teorema del límite superior. *Anales de Ingeniería Mecánica*, 19, 97.
- Bermudo, C., Martín, F., & Sevilla, L. (2014b). Selection of the optimal distribution for the upper bound theorem in indentation processes. *Materials Science Forum*, 797, 117-122.
- Bernal, C., Camacho, A. M., Arenas, J. M., & Rubio, E. M. (2012). Analytical procedure for geometrical evaluation of flat surfaces formed by multiple indentation processes. *Applied Mechanics and Materials*, 217-219, 2351-2356.
- Camacho, A. M., Marín, M. M., Rubio, E. M., & Sebastian, M. A. (2012). Application of different simulation strategies for the analysis of multi-stroke localised-incremental forming operations. *Materials Science Forum*, 713, 19-24.
- Chakrabarty, J. (2006). *Theory of plasticity*. U.K.: Elsevier Science.
- Goryacheva, I. G., Murthy, H., & Farris, T. N. (2002). Contact problem with partial slip for the inclined punch with rounded edges. *International Journal of Fatigue*, 24(11), 1191-1201.
- Johnson, W., & Mellor, P. P. B. (1983). *Engineering plasticity*: Ellis Horwood Limited.
- Kudo, H. (1960a). Some analytical and experimental studies of axi-symmetric cold forging and extrusion—i. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2(1-2), 102-127.
- Kudo, H. (1960b). An upper-bound approach to plane-strain forging and extrusion-i. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1(1), 57-83.
- Kudo, H. (1961). Some analytical and experimental studies of axi-symmetric cold forging and extrusion—ii. *International Journal of Mechanical Sciences*, 3(1-2), 91-117.
- Martín, F. (2009). Desarrollo, integración y optimización en el estudio del proceso de forja mediante el teorema del límite superior a través del modelo de bloques rígidos triangulares. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Málaga, Málaga.
- Prager, W., & Hodge, P. G. (1951). *Theory of perfectly plastic solids*. Wiley, New York: John Wiley & Sons.
- Sackfield, A., Dini, D., & Hills, D. A. (2005). The finite and semi-infinite tilted, flat but rounded punch. *International Journal of Solids and Structures*, 42(18-19), 4988-5009.
- Tajul, L., Maeno, T., & Mori, K.-i. (2014). Successive forging of long plate having inclined cross-section. *Procedia Engineering*, 81, 2361-2366.