

02-018

HYPOTESYS IN SEDIMENT TRANSPORT MODELS: RIEMANN PROBLEM

Cantero Chinchilla, Francisco Nicolás; Castro
Orgaz, Oscar Universidad de Córdoba

Sediment transport models in shallow water are typically assembled by the depth averaged Navier-Stokes and sediment conservation equations. Most of the published models assume hypothesis and simplifications during their process of derivation, making them easy to apply to current problems. However, taking some typical simplifications could not be valid in exceptional problems, such as Riemann problems. The dam-break problem is a widely known kind of Riemann problems. During the first stages of a dam-break the generated transient flow is sudden and abrupt. Thereby, the simplifications made for typical sediment transport problems need to be analyzed again; especially those ones related with the flow uniformity. The non-uniformity of the suspended sediment load of a flow in shallow water is normally neglected, as well as the flow turbulent stresses, in typical problems. Notwithstanding, as said above, its effect may not be negligible in dam-break cases. In consequence, this work carries an analysis about the importance of the correction factor of the suspended-load and the Reynolds' stresses in a Riemann type problem with sediment transport.

Keywords: *Sediment transport; Dam-break; Turbulence; Computational hydraulics*

HIPÓTESIS EN MODELOS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTO: EL PROBLEMA DE RIEMANN

En aguas someras, los modelos de transporte de sedimentos generalmente surgen del promedio vertical de las ecuaciones generales de flujo, acoplando ecuaciones de conservación del sedimento. La mayoría de los modelos existentes en la literatura asumen hipótesis de partida, así como simplificaciones durante la integración, que permiten abordarlos de manera sencilla. Sin embargo, la adopción de ciertas simplificaciones puede ser cuestionable en casos de estudio excepcionales. El problema de Riemann, tradicionalmente representado por la rotura de presa, supone la generación de un flujo transitorio brusco en las primeras fases del inicio del movimiento. Siendo así, las simplificaciones que son válidas en problemas típicos de arrastre de sedimentos, necesitan ser estudiadas y comprobadas de nuevo; en especial aquellas vinculadas a la uniformidad del flujo. La uniformidad en el perfil de la carga suspendida suele ser despreciada en problemas de transporte de sedimentos sobre aguas someras. Asimismo ocurre con las tensiones turbulentas que se generan en el flujo. No obstante, ambas características del flujo podrían suponer modificaciones en las variables conservativas. En consecuencia, este trabajo aborda un estudio sobre la importancia del factor de corrección de la carga suspendida y las tensiones turbulentas en problemas tipo Riemann con transporte de sedimentos.

Palabras clave: *Transporte de sedimentos; Rotura de presa; Turbulencia; Hidráulica computacional*

Correspondencia: Francisco Nicolás Cantero Chinchilla z12cachf@uco.es

Agradecimientos: El primer autor agradece al Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, España, la concesión de la beca de doctorado con referencia FPU12/04795, dentro de la cual se enmarca el presente estudio.

1. Introducción

Los modelos de predicción de la lámina de agua se emplean con frecuencia para el análisis y diagnóstico de avenidas, predicción de llanuras de inundación y evaluación del transporte de sedimentos. Estas herramientas surgen del estudio de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas temporalmente (promedio de Reynolds), también conocidas en la literatura como RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations). El uso de estas ecuaciones, de naturaleza tridimensional, es normalmente simplificado en una dimensión mediante un promediado vertical. Esta simplificación es aplicable a aguas someras, es decir, flujos de agua donde el calado tiene una dimensión considerablemente menor que la anchura, y se puede asumir que el comportamiento vertical de las variables principales del flujo es cuasi-constante. Sin embargo, durante este proceso de promedio vertical de las ecuaciones se asumen hipótesis que facilitan el proceso, pero que pueden no ser válidas en casos singulares y que, por lo tanto, necesitan ser estudiados en detalle.

En la literatura se pueden encontrar estos modelos bien desarrollados y explicados. Dey (2014) presenta el caso unidimensional de las ecuaciones de flujo a través de un análisis de las fuerzas actuantes en un volumen de control en canales abiertos. Finalmente se puede verificar que las ecuaciones resultantes, ampliamente conocidas como ecuaciones de Saint-Venant, son un caso particular de las ecuaciones generales. Wu (2008) recoge en su libro un análisis detallado del desarrollo de las ecuaciones promediadas, en el que se pueden aceptar las hipótesis y simplificaciones. Entre ellas destacan, en el caso del flujo de agua, las tensiones tangenciales del flujo, que son normalmente despreciadas, el efecto de la distribución vertical de velocidades y el efecto de la distribución de la concentración del sedimento en la vertical para la ecuación de continuidad del sedimento suspendido (ecuación de Exner). No obstante, estas hipótesis han de ser revisadas en casos especiales de flujo, como la rotura de presa.

El problema de Riemann, con la rotura de presa como un caso particular del mismo, representa un caso excepcional en las condiciones del flujo. La condición inicial de este tipo de problemas se caracteriza por una discontinuidad en el flujo, que representa la cerrada de la presa. El flujo en los primeros estadios tras la rotura genera un flujo transitorio brusco. La dificultad añadida de este problema se refleja en la necesidad de emplear esquemas numéricos de orden superior y pocos convencionales; pero también en la necesidad del análisis de ciertas hipótesis, como las citadas anteriormente, cuya asunción podría ser cuestionable.

En consecuencia, este trabajo lleva a cabo un análisis de las hipótesis que conciernen a las tensiones tangenciales y a la no uniformidad del flujo, focalizado en la distribución de velocidades y sedimento en suspensión en la vertical, aplicado al caso de la rotura de presa. Para ello se asume un modelo turbulento y distribuciones verticales de velocidad y sedimento. Se estudia el comportamiento del modelo con y sin las hipótesis estudiadas. Los resultados son presentados gráficamente y discutidos más adelante. Por último, el trabajo presenta las conclusiones que se derivan de la discusión de los resultados.

2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es doble:

- Presentar una forma más general de un modelo hidrodinámico promediado en la vertical donde se asumen algunas de las hipótesis tradicionalmente obviadas.

- Analizar el efecto de las tensiones tangenciales del flujo, la uniformidad vertical de la velocidad y el coeficiente de uniformidad de la carga suspendida en un modelo hidrodinámico promediado en la vertical.

3. Hipótesis

Las hipótesis tratadas y analizadas en este trabajo conciernen a las tensiones turbulentas y a la uniformidad del flujo.

En primer lugar se tratan las tensiones turbulentas que se generan en el flujo. Asumiendo la hipótesis de Boussinesq sobre el carácter isotrópico de la viscosidad turbulenta, las tensiones tangenciales del flujo son (Dey, 2014)

$$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho_w \overline{u_i' u_j'} \quad (1)$$

donde μ es el peso específico del fluido, ρ_w es la densidad del fluido, u_i es la componente de la velocidad en la dirección i y x_j representa a la dirección j . El segundo termino en la derecha de la ecuación (1) es conocido como tensiones turbulentas de Reynolds. Tras promediar las ecuaciones de Navier-Stokes en 1D las tensiones turbulentas en la dirección principal quedan como (Wu, 2008)

$$T_{xx} = 2\rho(v + \nu_t) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right) - \frac{2}{3} \rho k \quad (2)$$

donde Q es el caudal, A es el área del fluido en una sección, ν y ν_t son la viscosidad del fluido y la viscosidad turbulenta (hipótesis de Boussinesq) respectivamente. El parámetro turbulento k y la viscosidad turbulenta se calculan empleando modelos clásicos de turbulencia, que son normalmente conocidos como modelos k - ε , donde ε es otro parámetro que caracteriza al movimiento turbulento. Uno de los modelos más extendidos es el que se asume en este trabajo (Rastogi and Rodi, 1978)

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + P_h + P_{kv} - \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + c_{\varepsilon 1} P_h + P_{\varepsilon v} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

Yakhot et al. (1992) da una solución de grado superior para los coeficientes de la parte derecha de las ecuaciones que cierran el modelo, expresándolos como

$$P_h = 2\nu_t \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right) \right)^2; P_{kv} = \frac{c_f^{-1/2} U_*^3}{h}; P_{\varepsilon v} = \frac{c_{\varepsilon f} c_{\varepsilon 2} c_\mu^{1/2} c_f^{-3/4} U_*^4}{h^2};$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; c_f = \frac{gn^2}{h^{1/3}}; c_{\varepsilon 1} = 1.42 - \eta \frac{1 - \eta}{1 + \beta \eta^3}; \eta = \sqrt{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right) \right) \frac{k}{\varepsilon}; \quad (5)$$

$$c_\mu = 0.085; c_{\varepsilon 2} = 1.68; \sigma_k = 0.7179; \sigma_\varepsilon = 0.7179;$$

$$c_{\varepsilon f} = 1.8 - 3.6; \beta = 0.015; \eta_0 = 4.38;$$

donde g es la aceleración de la gravedad, h es la altura del flujo en cada punto y U_* es la velocidad de fricción.

En segundo lugar este trabajo analiza el efecto de la uniformidad de la concentración del sedimento suspendido en la vertical. Del trabajo de Wu (2008) se deduce que la ecuación general 1D de conservación del sedimento suspendido es

$$\frac{\partial AC}{\partial t} + \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial \alpha QC}{\partial x} + B(E - D) \quad (6)$$

en la cual C es la concentración volumétrica promediada del sedimento suspendido, E y D las funciones de entrada y de depósito del sedimento en el flujo desde el fondo, ε_z es difusividad vertical y $\alpha = \beta_s - 1$, donde β_s es el parámetro que mide la uniformidad del sedimento suspendido

$$\beta_s = \frac{\int_{z_b+z_0}^{z_s} ucdz}{U \int_{z_b+z_0}^{z_s} cdz} \quad (7)$$

donde $U = Q/A$, u y c son las distribuciones verticales de la velocidad y la concentración respectivamente, y z_b+z_0 es el nivel de referencia. Por simplicidad, se toman la distribución logarítmica de la velocidad y la consecuente distribución de la concentración, conocida como ecuación de Rouse (Wu, 2008)

$$u(z) = \frac{U_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad \begin{cases} z_0 = 0.11 \nu / U_* & U_* k_s / \nu \leq 5 \\ z_0 = 0.33 k_s & U_* k_s / \nu \geq 70 \\ z_0 = 0.11 \nu / U_* + 0.33 k_s & 5 < U_* k_s / \nu < 70 \end{cases} \quad (8)$$

$$c = c_{b*} \left(\frac{\frac{h/z - 1}{h/z_0 - 1}}{\frac{h/z - 1}{h/z_0 - 1}} \right)^{\frac{\sigma_s w_s}{\kappa U_*}} \quad (9)$$

en la cual c_{b*} es la concentración de sedimento en el nivel z_0 , κ es la constante de von Karman (≈ 0.41), k_s es la rugosidad de Nikuradse, w_s la velocidad de sedimentación de las partículas en suspensión y σ_s el número de Schmidt, que normalmente es aproximado a la unidad. La difusividad vertical se puede expresar como (Guo and Jin, 1999)

$$\varepsilon_z = \frac{\kappa}{6} U_* h \quad (10)$$

Por último, se estudia la influencia de la distribución vertical de velocidades directamente en el flujo. Tras realizar las operaciones matemáticas pertinentes sobre la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento 1D, el termino referido surge como

$$D_{xx} = \rho \iint_A (u - U) dA \quad (11)$$

4. Modelo

El modelo unidimensional promediado en profundidad que se emplea en este trabajo se puede deducir del trabajo de Wu y Wang (2007). Se trata de un modelo hidráulico de

transporte de sedimentos. La aparición de las tensiones turbulentas promediadas y el coeficiente de uniformidad del sedimento suspendido modifican las ecuaciones generales tal y como se explica en la sección anterior. Así, las ecuaciones generales del modelo para canales de sección rectangular son:

- Continuidad

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{1}{1-p'_m} \left[B(E-D) + \frac{1}{L} (Q_{b^*} - Q_b) \right] \quad (12)$$

- Conservación de la cantidad de movimiento

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = & -gA \frac{\partial z_s}{\partial x} - \frac{1}{2} gh^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - g \frac{n^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} \\ & - \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho} U \left[\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(A \varepsilon_z \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial \alpha Q C}{\partial x} + B(E-D) + \frac{1}{L} (Q_{b^*} - Q_b) \right] \right. \\ & \left. - \frac{C_t}{1-p'_m} \left[B(D-E) + \frac{1}{L} (Q_b - Q_{b^*}) \right] \right] \\ & + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} [A(T_{xx} + D_{xx})] \end{aligned} \quad (13)$$

- Conservación del sedimento suspendido: Eq. (6).
- Conservación de la carga de fondo

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q_b}{u_b} \right) + \frac{\partial Q_b}{\partial x} = \frac{1}{L} (Q_{b^*} - Q_b) \quad (14)$$

- Actualización de la elevación del fondo

$$(1-p'_m) \frac{\partial A_b}{\partial t} = B(D-E) + \frac{1}{L} (Q_b - Q_{b^*}) \quad (15)$$

donde p'_m es la porosidad del material de fondo, L es la longitud de adaptación del sedimento, Q_b es la carga de fondo transportada, Q_{b^*} es la capacidad de carga del fondo, $z_s = h + z_b$, $R = A/P$ donde P es el perímetro mojado, B es la anchura del canal, ρ_s y ρ son la densidad del sedimento y la densidad de la mezcla ($= (1-p'_m) \rho_s + p'_m \rho_s$), y A_b es el área de la capa de fondo.

Para cerrar el modelo se necesitan relaciones empíricas que resuelvan las ecuaciones directamente relacionadas con el transporte de sedimento. En este trabajo se toman las consideraciones hechas por Wu y Wang (2007), que son

$$Q_{b^*} = q_{*b} B \quad (16)$$

$$D = w_s \alpha_1 C \quad E = w_s c_{\alpha^*} \quad (17)$$

$$\alpha_1 = \min \left[2, (1-p'_m) / C \right] \quad (18)$$

Las relaciones empíricas vienen dadas por Van Rijn (1984)

$$q_{*b} = 0.053 \left(g \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \right)^{0.5} \frac{d^{1.5} T^{2.1}}{D_*^{0.3}} \quad T = k_t \frac{\tau_b}{\tau_c} - 1 \quad k_t = 1 + 1.5 \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad (19)$$

$$c_{a*} = \min \left(0.015 \frac{dT^{1.5}}{k_s D_*^{0.3}}, 1 - p'_m \right)$$

en las cuales k_t es un factor empírico que trata de considerar el efecto erosivo del flujo en los primeros estadios de la solución de la rotura de presa, τ_b y τ_c son las tensiones tangenciales de fondo y crítica para el movimiento, y D_* un parámetro relacionado con el tipo de sedimento (Wu, 2008). Más detalles sobre el cálculo de T se pueden encontrar en la discusión aportada por Yue y Cao (2007).

El modelo numérico empleado en las simulaciones se corresponde por el usado en el trabajo de Wu y Wang (2007). Se trata de un modelo de volúmenes finitos que sigue un esquema de Godunov para la solución general (Toro, 2001). Los flujos se calculan usan el esquema 'upwind' de primer orden propuesto por Ying et al. (2004). El esquema de cálculo es el siguiente:

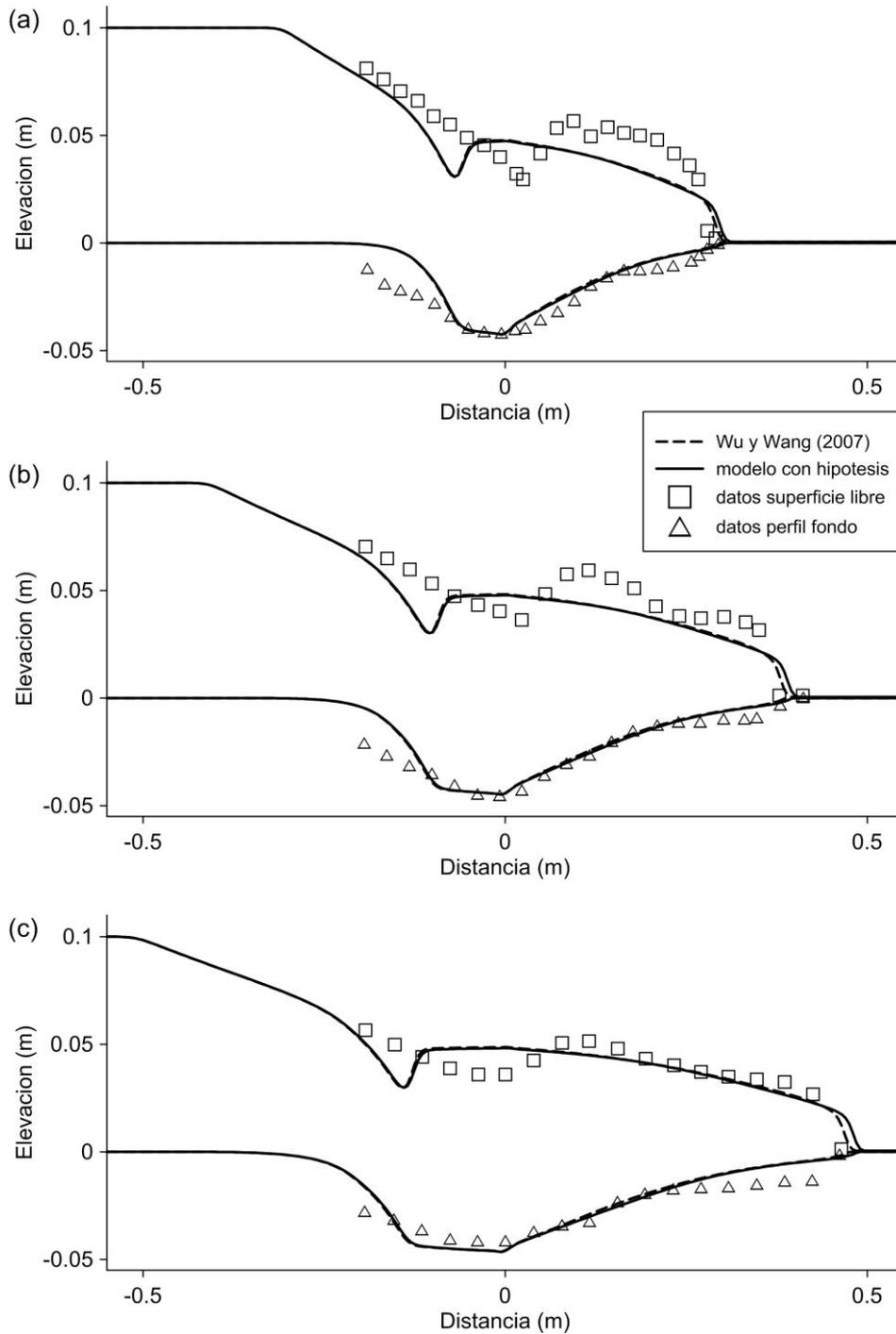
1. Se almacenan las variables en el primer estado de tiempo.
2. Se resuelve la ecuación de continuidad para obtener la elevación de la lámina de agua en el siguiente estado de tiempo.
3. Se calcula la difusividad, la dispersión de la velocidad con respecto a la media y el coeficiente de uniformidad de la carga suspendida en el estado de tiempo anterior.
4. Se resuelve la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para obtener el valor de la velocidad del flujo en el estado de tiempo siguiente.
5. La tasa de transporte de la carga de fondo y la concentración de equilibrio cerca del fondo se calculan a partir de las relaciones empíricas.
6. La función de entrada y de depósito del sedimento son resultas en el estado de tiempo anterior.
7. Se resuelve la ecuación de continuidad del sedimento en suspensión para hallar la concentración en el paso de tiempo siguiente.
8. La carga de fondo es obtenida a través de la ecuación (14).
9. Se aplica la ecuación 15 para actualizar el nivel del fondo.
10. Se repite el proceso 2-9 hasta que se alcance el tiempo final de la simulación.

5. Resultados

El caso de estudio considerado es el test de Taipéi (Universidad de Taiwan) (Capart y Young, 1998; Fraccarollo y Capart, 2002, Wu y Wang, 2007). La rotura de presa se simula en un dispositivo de 1.2 m de longitud, 0.2 m de anchura y 0.7 m de altura. La discontinuidad de la presa se sitúa en el centro de dispositivo, con una altura de agua de 10 cm aguas arriba y suelo seco aguas abajo. El suelo seco se simula tomando un valor mínimo para la altura de agua, evitando de esta manera las singularidades en el modelo. El sedimento utilizado tiene un diámetro medio de 6.1 mm, un peso específico de 1.048 kg/m³ y una velocidad de sedimentación de 7.6 cm/s. El tiempo de referencia es medido con respecto a $t_0 = (h_0 g)^{-0.5}$ donde h_0 es la altura de agua inicial aguas arriba. Las características del modelo, tales como el tamaño de malla y el paso de tiempo, se puede comprobar en el trabajo de Wu y Wang (2007).

La figura 1 recoge información sobre las simulaciones del modelo de Wu y Wang (2007) y el modelo planteado en este trabajo, con las hipótesis adicionales. En concreto, se representan los perfiles de elevación de la lámina de agua y de la evolución de la socavación del fondo en el modelo de Wu y Wang (línea discontinua) y en el modelo propuesto en este trabajo (línea continua).

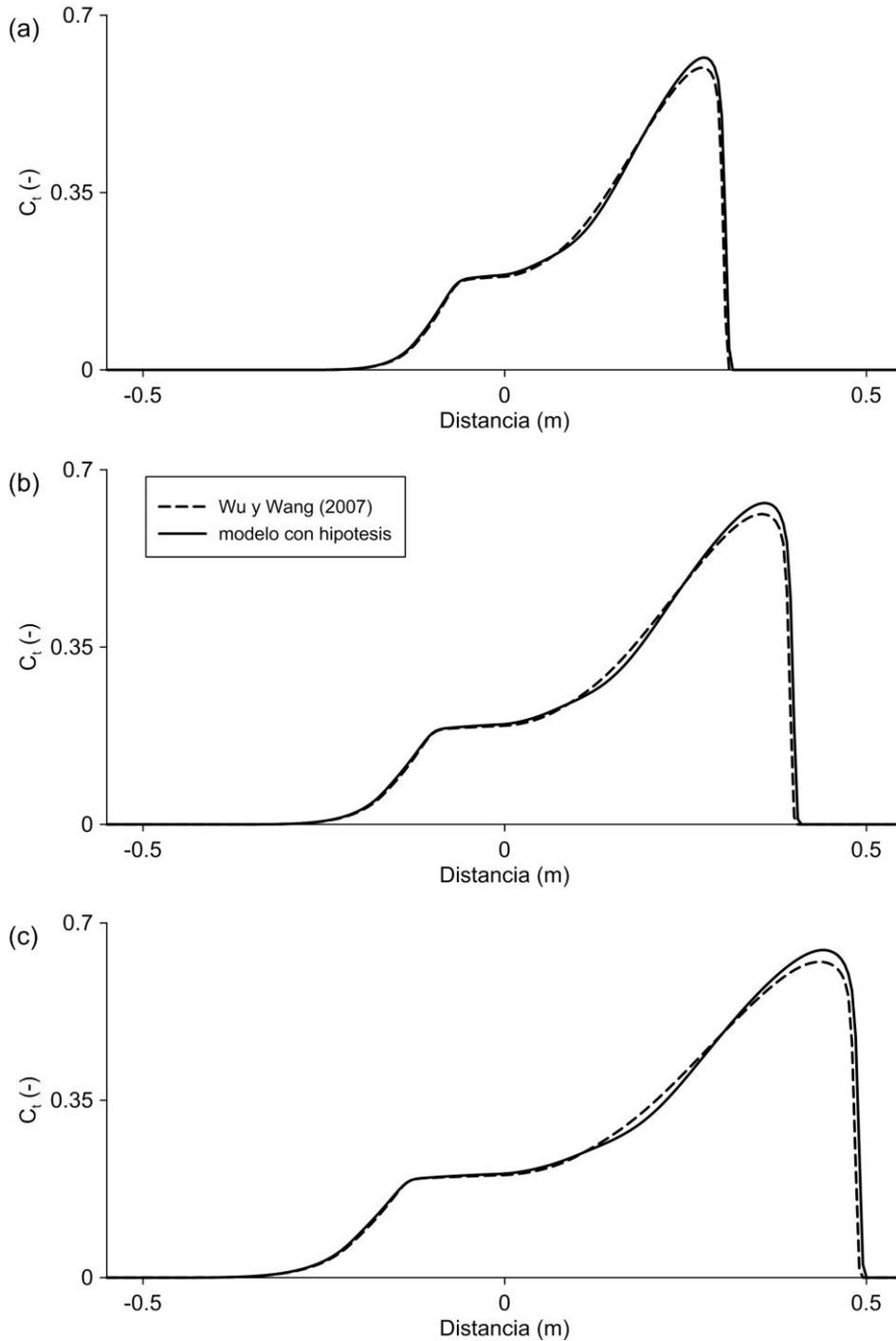
Figura 1: Caso experimental de Taipéi, Universidad de Taiwán. Perfiles de elevación.



Nota: (a) $t = 3t_0$, (a) $t = 4t_0$, (a) $t = 5t_0$.

Los perfiles de concentración total (C_t), suma de la concentración del sedimento suspendido y de la concentración del sedimento de la carga de fondo ($= C + Q_b/U$), se pueden consultar en la figura 2.

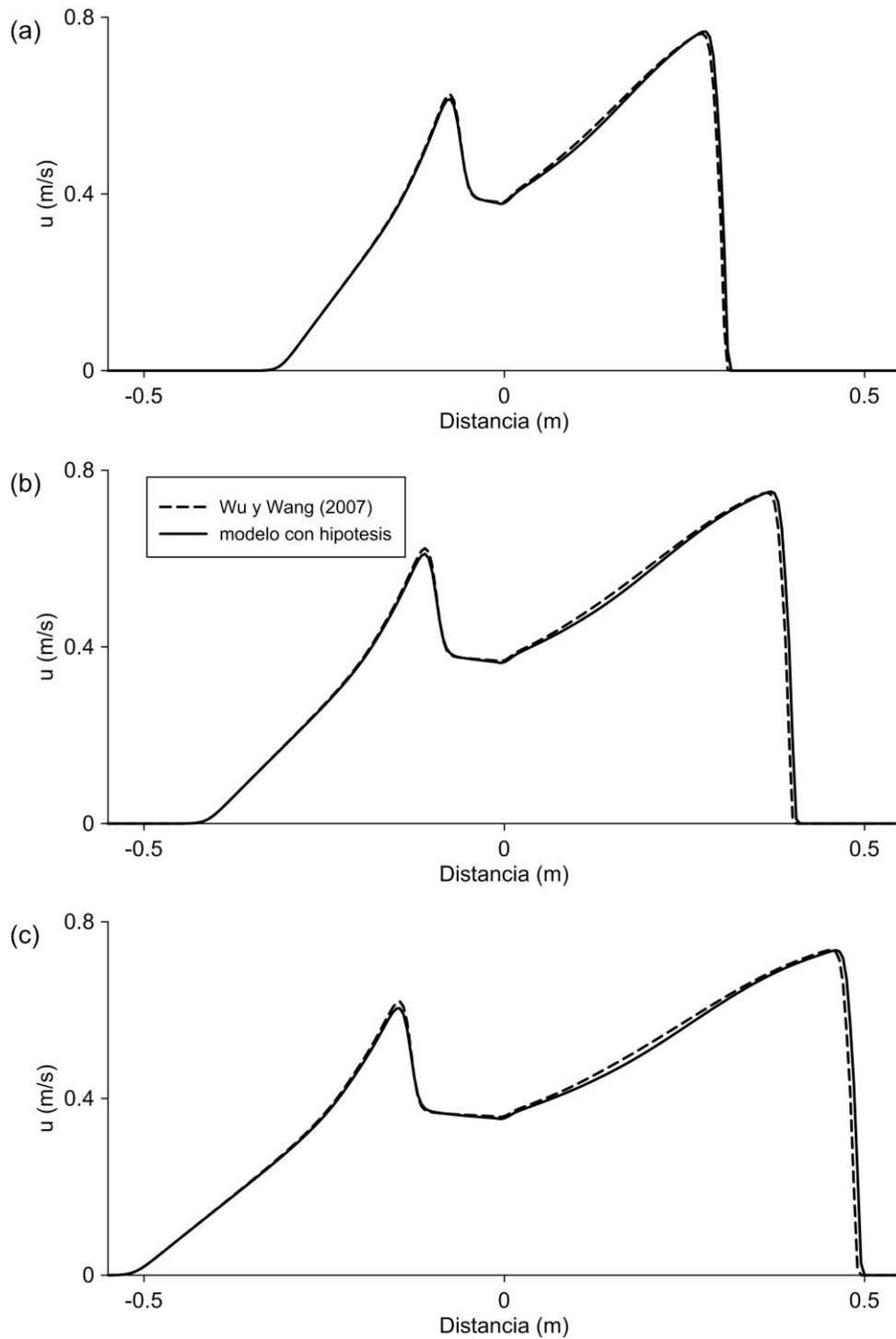
Figura 2: Caso experimental de Taipéi, Universidad de Taiwán. Concentración volumétrica.



Nota: (a) $t = 3t_0$, (a) $t = 4t_0$, (a) $t = 5t_0$.

Por último, para el caso experimental de Taipéi, se muestran los perfiles de velocidad en cada uno de los tres estados de la rotura de presa (ver Figura 3).

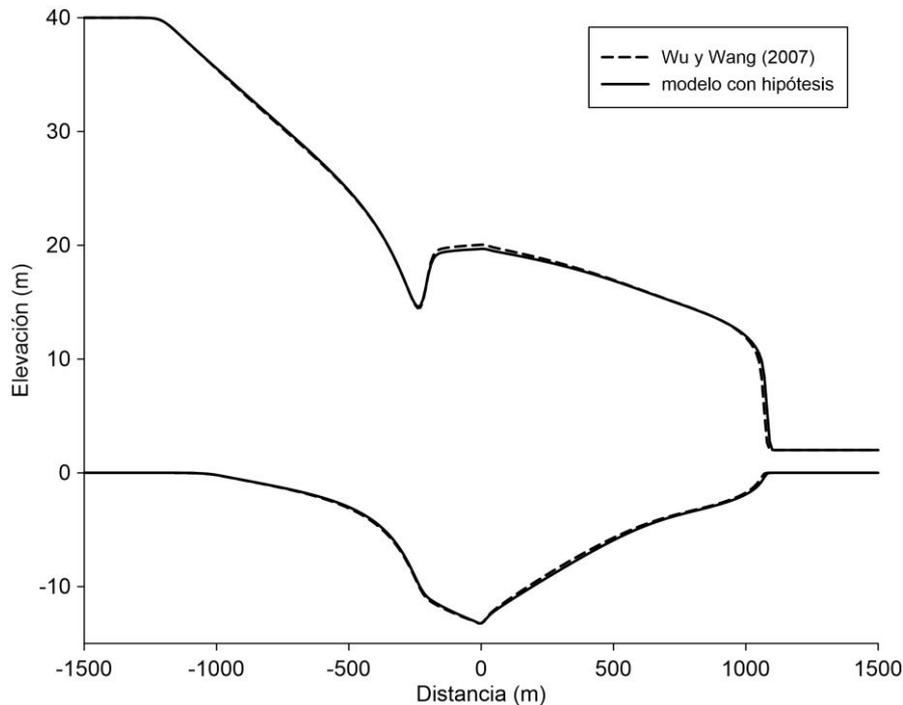
Figura 3: Caso experimental de Taipéi, Universidad de Taiwán. Velocidades.



Nota: (a) $t = 3t_0$, (a) $t = 4t_0$, (a) $t = 5t_0$.

El último caso de estudio de este modelo lo conforma la rotura de presa de grandes dimensiones. Cao et al. (2004) propone un caso de estudio en el que la altura del agua aguas arriba es 40 m, 2 m aguas abajo y un dominio de más de 5 km. Si consideramos las mismas características del sedimento que en el experimento de Taipéi, los perfiles de la lámina de agua y del sedimento son los que se muestran en la figura 4.

Figura 4: Caso hipotético de rotura de presa de grandes dimensiones.



Nota: $t = 60s$.

6. Discusión

Los resultados de las simulaciones sobre el caso experimental de Taipéi coinciden prácticamente en todo el dominio en ambos modelos. Los perfiles de la lámina de agua y del sedimento de fondo no sugieren grandes diferencias, como puede comprobarse en la figura 1, en los tres estados de tiempo considerados. La diferencia más notable se encuentra situada en el frente de avance en la figura 1.c), que se pronuncia a medida que progresa en el tiempo.

Asimismo, la figura 2 nos muestra como los perfiles de concentración total no varían notablemente entre ambos modelos. La única diferencia reseñable se encuentra en el frente de avance. Sin embargo, al contrario que ocurre en la figura 1, esta diferencia no aumenta en el tiempo entre ambos perfiles de concentración.

Los perfiles de velocidad analizados en la figura 3 entre ambos modelos revelan que las diferencias son aún menores que en los análisis de las dos figuras anteriores. Por lo tanto, se puede afirmar que ambos perfiles prácticamente coinciden.

En base a los análisis de las figuras 1, 2 y 3 queda claro que las hipótesis consideradas en este trabajo sobre el modelo de Wu y Wang (2007) no tienen demasiada relevancia. En efecto, contribuyen a la mejora física del modelo, pero obviarlas no supone errores de orden apreciable. La diferencia más notable entre ambos modelos se encuentra en el perfil de la lámina de agua, más concretamente emplazado en el avance del frente. Esto se debe, principalmente, a la contribución del término de las tensiones de Reynolds promediadas. El análisis de esta variable sobre el modelo propuesto revela que, en el frente de onda, toma su máximo valor. Entrando en detalle sobre la ecuación (2), el primer término depende directamente del gradiente de la velocidad del flujo (como se puede deducir igualmente de la ecuación (5)). Por lo tanto, está justificado que el término de las tensiones promediadas tome su mayor valor al final del modelo, donde la velocidad es mayor y su gradiente también (figura 3).

Por último, la figura 4 muestra que, a pesar de que las dimensiones del caso de estudio cambien exageradamente, siguen sin existir diferencias apreciables entre ambos modelos. Los perfiles de la lámina de agua y de sedimento erosionado son análogos a los mostrados en la figura 1, ya que las características del sedimento son iguales. Estas últimas determinan las formas de fondo, y por lo tanto, la evolución del flujo. Por lo tanto, estos modelos son muy sensibles a las características del sedimento, como se desprende del análisis comparativo de los perfiles obtenidos para este mismo caso por Wu y Wang (2007) y Cao et al. (2004).

7. Conclusiones

Este trabajo estudia el efecto de la no uniformidad del flujo y de las tensiones turbulentas en modelos unidimensionales promediados de transporte de sedimentos. Para ello, se presenta un modelo físico de transporte de sedimentos que incluye las hipótesis consideradas: desviación del perfil de velocidades y de concentración suspendida, y tensiones tangenciales del flujo promediadas. Las consideraciones sobre el tratamiento numérico de las ecuaciones del modelo se pueden consultar en el trabajo de Wu y Wang (2007). Tras establecer el procedimiento a seguir durante el cálculo y los casos de estudio, el trabajo presenta los resultados de ambos modelos en diferentes estados de tiempo para el avance del flujo de la rotura de presa.

El análisis de los resultados revela que las diferencias entre ambos modelos, el propuesto por Wu y Wang y el estudiado en este trabajo, no son apreciables ni relevantes en la mayoría de los perfiles estudiados. La excepción la conforma la variación de la lámina de agua en el frente de avance, donde está ligeramente más adelantada para el modelo con hipótesis con respecto al modelo base. Extendiendo el análisis a presas de gran tamaño tampoco supone una exageración de estas diferencias.

En resumen, se puede concluir que el efecto de las hipótesis consideradas en este trabajo sobre el modelo de transporte de sedimentos es despreciable. Asumirlas supone una mejora física del modelo, pero se puede evitar el pequeño coste computacional que suponen al obviarlas sin mayores consecuencias en los resultados.

Estas conclusiones ponen de manifiesto que las características del flujo deben ser estudiadas, quizá, desde un enfoque físico, ya que el modelo sigue sin ajustar en buena medida los perfiles de sedimento y de elevación de la lámina de agua. Por lo tanto, el camino para el desarrollo de un modelo definitivo queda acotado para sucesivos trabajos.

8. Referencias

- Cao, Z., Pender, G., Wallis, S., & Carling, P. (2004). Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed. *Journal of hydraulic engineering*, 130(7), 689-703.
- Capart, H., & Young, D. L. (1998). Formation of jump by the dambreak wave over a granular bed. *J. Fluid Mech.*, 372, 165–187.
- Dey, S. (2014). *Fluvial hydrodynamics: Hydrodynamic and sediment transport phenomena*. Springer.
- Fraccarollo, L., & Capart, H. (2002). Riemann wave description of erosional dam-break flows. *J. Fluid Mech.*, 461, 183–228.
- Guo, Q. & Jin, Y. (1999). Modeling Sediment Transport Using Depth-Averaged and Moment Equations. *J. Hydraul. Eng.*, 125(12), 1262–1269.
- Rastogi, A. K., & Rodi, W. (1978). Predictions of heat and mass transfer in open channels. *Journal of the Hydraulics division*, 104(3), 397-420.

- Toro, E. F. (2001). Shock-capturing methods for free-surface shallow flows. Wiley.
- Van Rijn, L. C. (1984). Sediment transport. Part I: Bed load transport. *J. Hydraul. Eng.*, 110(10), 1431–1456.
- Wu, W. (2008). *Computational river dynamics*. CRC Press.
- Wu, W., & Wang, S. S. (2007). One-dimensional modeling of dam-break flow over movable beds. *Journal of hydraulic engineering*, 133(1), 48-58.
- Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. and Speziale, C.G. (1992) Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Phys. Fluids A*, 4(7).
- Ying, X., Khan, A. A., & Wang, S. S. Y. (2004). Upwind conservative scheme for the Saint Venant equations. *J. Hydraul. Eng.*, 130(10), 977–987.
- Yue, Z. & Cao, Z. (2008). Discussion of “One-Dimensional Modeling of Dam-Break Flow over Movable Beds”, by W. Wu and S. S. Y. Wang.” *J. Hydraul. Eng.*, 134(10), 1536–1539.