

02-017

DEFORMATION INFLUENCE IN THE CALCULUS OF STRAIGHT BEAMS UNDER TRACTION-COMPRESSION EFFORT

Gimena Ramos, Faustino N. ¹; Gonzaga Vélez, Pedro ¹; Goñi Garatea, Mikel ¹;
Sarría Pueyo, Fernando ²; Gimena Ramos, Lázaro ¹

¹ Universidad Pública de Navarra, ² Dpto. I+D. FSESTRUCTURAS

To approach the influence of the deformation in the calculus of beams, the Intrinsic Structural Calculus Method is used. This method of calculus is a model of analysis of structures composed by linear resistant elements that permits to solve the formulation of the effect in the section (differential equation obtained when equilibrium, kinematics and compatibility laws are applied) through analytic, numeric and graphical procedures. In this model, supports of the beam are assimilated to the boundary conditions of the mathematical problem in the resolution procedure. In this communication, it is presented the study of straight beams under actions that generate traction-compression. Efforts and deformation are determined, been considered the action that acts gradually over the straight beam. Therefore, in this study, a nonlinear analysis of the structural element is exposed.

Keywords: “Structural calculus methods”; “resolution procedures”; “efforts”; “deformations”; “traction-compression”; “nonlinear analysis”

INFLUENCIA DE LA DEFORMACIÓN EN EL CÁLCULO DE PIEZAS RECTAS SOMETIDAS A TRACCIÓN-COMPRESIÓN

Para abordar la influencia de la deformación en el cálculo de piezas se utiliza el Método Intrínseco de Cálculo de Estructuras. Este método de cálculo es un modelo de análisis de estructuras conformadas por elementos resistentes lineales, que permite resolver la formulación del efecto en la sección (ecuación diferencial obtenida al aplicar las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad) mediante procedimientos analíticos, numéricos y gráficos. En este modelo, las sustentaciones de la pieza se asimilan en los procedimientos de resolución de la formulación a las condiciones de contorno del problema matemático. En esta comunicación, se presenta el estudio de piezas rectas sometidas a acciones que generan tracción-compresión. Se determina la sollicitación y deformación al considerar que la acción que la genera actúa progresivamente sobre la pieza recta. Por tanto, en este estudio, se expone un análisis no lineal del elemento estructural.

Palabras clave: “Métodos de cálculo estructural”; “procedimientos de resolución”; “sollicitaciones”; “deformaciones”; “tracción-compresión”; “análisis no lineal”

Correspondencia: Faustino N. Gimena Ramos faustino@unavarra.es

1. Introducción

Se define Análisis Estructural (Gimena, Gonzaga & Gimena 1998) como la parte del proceso de proyecto que comprende el diseño, cálculo y comprobación de la estructura. Es esta una disciplina técnica y científica, un conjunto de teorías y técnicas, que permite establecer las condiciones de idoneidad de la estructura, respecto a su cometido o finalidad constructiva. Por tanto, el Análisis Estructural tiene establecido su objeto en la estructura y su finalidad en el cálculo como comprobación de lo diseñado.

Al proyectar, la comprobación de la seguridad, rigidez y durabilidad exigibles a cada elemento resistente de una estructura, debiera ser precisa, inmediata y sencilla. No deben ser necesarios durante el cálculo más datos que los derivados de las condiciones formales y materiales del diseño, junto a las consideraciones estadísticas y normativas propias del sistema de acción y del material. A su vez, tanto los conocimientos técnicos y científicos, como los instrumentos necesarios para abordar el cálculo no deben suponer un esfuerzo intelectual o formativo añadido al proceso de diseño. La idoneidad de los procedimientos a emplear debe traducirse en exactitud, programabilidad informática e inmediatez de comunicación. En definitiva, el método de análisis y cálculo estructural que se emplee debe ser capaz de integrarse como una parte más de la actividad creativa y compleja de proyecto sin interferirlo. Esta visión ideal del cálculo estructural será posible si se organiza de forma sistemática la información previa a manejar (datos), si los principios e hipótesis simplificadores son capaces de traducirse en un modelo de comportamiento mecánico (formulación), y si se pueden extraer de dicho modelo valores útiles para el dimensionado (resultados).

El Método Intrínseco de Cálculo de Estructuras (Gonzaga & Gimena, 1998) es un modelo de análisis de estructuras conformadas por elementos resistentes lineales, que permite resolver la formulación del efecto en la sección (ecuación diferencial obtenida al aplicar las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad) mediante procedimientos analíticos, numéricos y gráficos. En este modelo, las sustentaciones de la pieza se asimilan en los procedimientos de resolución de la formulación a las condiciones de contorno del problema matemático.

En esta comunicación se aborda, con este método de cálculo, la influencia de la deformación en el cálculo de elementos resistentes lineales. Se determina la sollicitación y deformación al considerar que la acción que la genera actúa progresivamente sobre la pieza recta. Se expone un análisis no lineal del elemento estructural. Se presenta el estudio de barras sometidas a acciones que generan tracción-compresión.

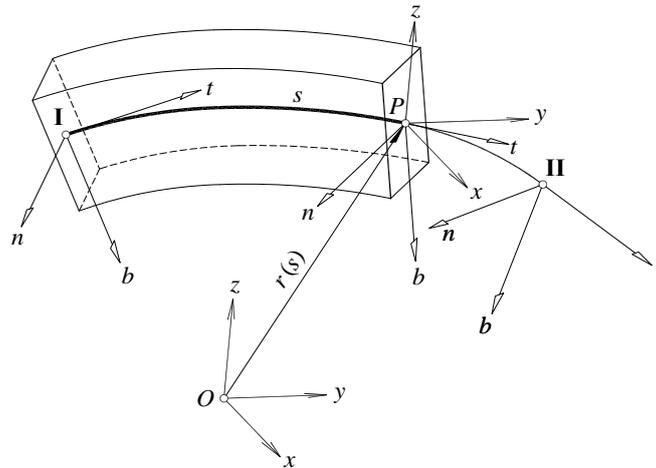
2. Pieza curva

En Resistencia de Materiales (Love, 1944; Parcel & Moorman, (1955); Timoshenko 1957) es común definir el elemento resistente unidimensional, como aquel que se genera cuando el baricentro de su sección plana recorre perpendicularmente los puntos de una línea directriz. Para comenzar la notación del problema estructural de la pieza curva, se parte del vector de posición de los puntos P de su directriz respecto a un origen O , como se puede observar en la figura 1. Dicho vector se expresa en función de la longitud de arco s , como:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(s) \quad (1)$$

Todo punto de la directriz puede expresarse en un sistema de coordenadas globales o cartesianas P_{xyz} cuyos vectores unitarios son i , j , y k , o mediante el sistema de referencia natural P_{mb} (Sokolnikoff & Redeffler 1958).

Figura 1: Pieza curva y sus sistemas de referencia.



En este último sistema de referencia, los vectores unitarios son:

$$\mathbf{t} = D\mathbf{r}; \quad \mathbf{n} = D^2\mathbf{r}/|D^2\mathbf{r}|; \quad \mathbf{b} = \mathbf{t} \wedge \mathbf{n} \quad (2)$$

donde $D = d/ds$ es el operador de derivación respecto a la longitud de arco s .

Para referir las variables del problema estructural a uno u otro sistema de referencia, es necesario conocer la relación que se establece entre ambos, cuya expresión es:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{tx} & v_{ty} & v_{tz} \\ v_{nx} & v_{ny} & v_{nz} \\ v_{bx} & v_{by} & v_{bz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

La matriz de cambio de sistema de referencia anterior se compone mediante los cosenos directores de los vectores unitarios.

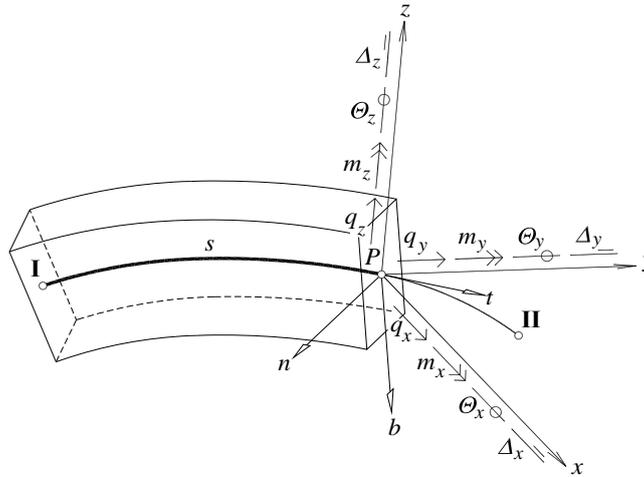
Establecida la posición de la directriz de la pieza en el espacio, las características geométricas de la sección, área $A(s)$, coeficientes de cortadura $\alpha_n(s)$, $\alpha_{nb}(s)$, $\alpha_b(s)$, y momentos de inercia $I_t(s)$, $I_n(s)$, $I_b(s)$, $I_{nb}(s)$, se anotan como funciones de la longitud de arco s . Lo mismo sucede respecto a las características del material, cuando se anotan los módulos de elasticidad longitudinal $E(s)$ y transversal $G(s)$.

La acción, sea de tipo fuerza \mathbf{q} , momento \mathbf{m} , giro Θ o desplazamiento Δ , proyectada en las tres direcciones del espacio según los sistemas de coordenadas globales o naturales, y aplicada en la directriz, se anota vectorialmente en ese orden, como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{m} \\ \Theta \\ \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_x & -q_y & -q_z \\ -m_x & -m_y & -m_z \\ \Theta_x & \Theta_y & \Theta_z \\ \Delta_x & \Delta_y & \Delta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_t & -q_n & -q_b \\ -m_t & -m_n & -m_b \\ \Theta_t & \Theta_n & \Theta_b \\ \Delta_t & \Delta_n & \Delta_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (4)$$

En la figura 2 se representa el vector acción proyectado en las tres direcciones del sistema de referencia global.

Figura 2: Representación del vector acción en coordenadas globales.



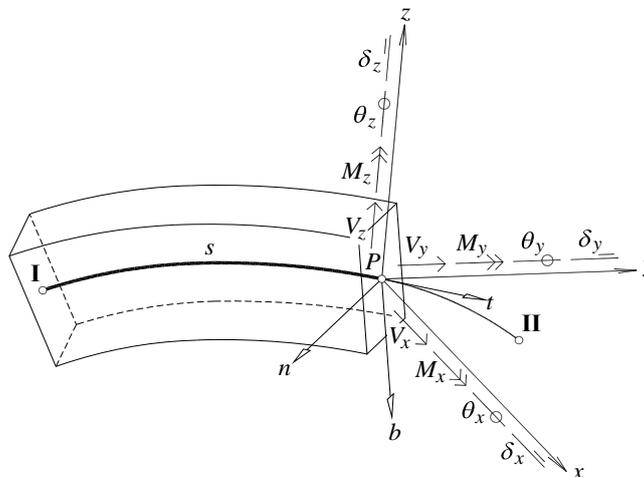
Asumiendo los principios e hipótesis habituales de la resistencia de materiales y considerando la tensión $\tau(\sigma, \tau_n, \tau_b)$ asociada a la sección normal en cualquier punto P_{nb} de la directriz, los efectos de tipo fuerza \mathbf{V} , momento \mathbf{M} , giro $\boldsymbol{\theta}$ y desplazamiento $\boldsymbol{\delta}$ son:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{M} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x & V_y & V_z \\ M_x & M_y & M_z \\ \theta_x & \theta_y & \theta_z \\ \delta_x & \delta_y & \delta_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & V_n & V_b \\ T & M_n & M_b \\ \phi & \theta_n & \theta_b \\ u & v & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t} \\ \mathbf{n} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde $\mathbf{V} = \int_A \sigma dA \mathbf{t} + \int_A \tau_n dA \mathbf{n} + \int_A \tau_b dA \mathbf{b}$ es la sollicitación de tipo fuerza y $\mathbf{M} = \int_A (\tau_b n - \tau_n b) dA \mathbf{t} + \int_A \sigma b dA \mathbf{n} - \int_A \sigma n dA \mathbf{b}$ es la sollicitación de tipo momento.

En la figura 3 se representa el vector efecto proyectado en las tres direcciones del sistema de referencia global.

Figura 3: Representación del vector efecto en coordenadas globales.



Aplicando las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad, se relacionan acciones y efectos, obteniéndose el siguiente sistema diferencial, que representa el comportamiento estructural de la pieza curva (Gimena, Gimena & Gonzaga 2008).

$$\begin{aligned}
 DV_x & & & + q_x = 0 \\
 DV_y & & & + q_y = 0 \\
 DV_z & & & + q_z = 0 \\
 + v_{ny} V_z + DM_x & & & + m_x = 0 \\
 - v_{tx} V_z & & + DM_y & + m_y = 0 \\
 - v_{ty} V_x + v_{tx} V_y & & + DM_z & + m_z = 0 \\
 - \gamma_{xx} M_x - \gamma_{yx} M_y - \gamma_{zx} M_z + D\theta_x & & & - \Theta_x = 0 \\
 - \gamma_{xy} M_x - \gamma_{yy} M_y - \gamma_{zy} M_z & & + D\theta_y & - \Theta_y = 0 \\
 - \gamma_{xz} M_x - \gamma_{yz} M_y - \gamma_{zz} M_z & & + D\theta_z & - \Theta_z = 0 \\
 - \varepsilon_{xx} V_x - \varepsilon_{yx} V_y - \varepsilon_{zx} V_z & & + v_{ty} \theta_z + D\delta_x & - \Delta_x = 0 \\
 - \varepsilon_{xy} V_x - \varepsilon_{yy} V_y - \varepsilon_{zy} V_z & & - v_{tx} \theta_z & + D\delta_y & - \Delta_y = 0 \\
 - \varepsilon_{xz} V_x - \varepsilon_{yz} V_y - \varepsilon_{zz} V_z & & - v_{ty} \theta_x + v_{tx} \theta_y & + D\delta_z & - \Delta_z = 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

donde los coeficientes de los momentos que producen giros unitarios son:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{xx} &= \frac{v_{tx}^2}{GI_t} + \frac{v_{nx}^2 I_b + 2v_{nx} v_{bx} I_{nb} + v_{bx}^2 I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)}; \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{v_{tx} v_{ty}}{GI_t} + \frac{v_{nx} v_{ny} I_b + (v_{nx} v_{by} + v_{bx} v_{ny}) I_{nb} + v_{bx} v_{by} I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)}; \\
 \gamma_{yy} &= \frac{v_{ty}^2}{GI_t} + \frac{v_{ny}^2 I_b + 2v_{ny} v_{by} I_{nb} + v_{by}^2 I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)}; \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{v_{tx} v_{tz}}{GI_t} + \frac{v_{nx} v_{nz} I_b + (v_{nx} v_{bz} + v_{bx} v_{nz}) I_{nb} + v_{bx} v_{bz} I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)}; \\
 \gamma_{zz} &= \frac{v_{tz}^2}{GI_t} + \frac{v_{nz}^2 I_b + 2v_{nz} v_{bz} I_{nb} + v_{bz}^2 I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)}; \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{v_{ty} v_{tz}}{GI_t} + \frac{v_{ny} v_{nz} I_b + (v_{ny} v_{bz} + v_{by} v_{nz}) I_{nb} + v_{by} v_{bz} I_n}{E(I_n I_b - I_{nb}^2)};
 \end{aligned}$$

y los coeficientes de las fuerzas que producen desplazamientos unitarios son:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{v_{tx}^2}{EA} + \frac{v_{nx}^2 \alpha_n + 2v_{nx} v_{bx} \alpha_{nb} + v_{bx}^2 \alpha_b}{GA}; \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{v_{tx} v_{ty}}{EA} + \frac{v_{nx} v_{ny} \alpha_n + (v_{nx} v_{by} + v_{bx} v_{ny}) \alpha_{nb} + v_{bx} v_{by} \alpha_b}{GA}; \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{v_{ty}^2}{EA} + \frac{v_{ny}^2 \alpha_n + 2v_{ny} v_{by} \alpha_{nb} + v_{by}^2 \alpha_b}{GA}; \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{v_{tx} v_{tz}}{EA} + \frac{v_{nx} v_{nz} \alpha_n + (v_{nx} v_{bz} + v_{bx} v_{nz}) \alpha_{nb} + v_{bx} v_{bz} \alpha_b}{GA}; \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{v_{tz}^2}{EA} + \frac{v_{nz}^2 \alpha_n + 2v_{nz} v_{bz} \alpha_{nb} + v_{bz}^2 \alpha_b}{GA}; \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{v_{ty} v_{tz}}{EA} + \frac{v_{ny} v_{nz} \alpha_n + (v_{ny} v_{bz} + v_{by} v_{nz}) \alpha_{nb} + v_{by} v_{bz} \alpha_b}{GA};
 \end{aligned}$$

Lógicamente, la solución al problema estructural general representado por la ecuación diferencial (6) se realiza por integración analítica o numérica.

Admitiendo la simplificación de despreciar las deformaciones producidas por los esfuerzos cortantes (nulidad de los desplazamientos producidos por el esfuerzo cortante) y suponiendo coincidentes los ejes de la sección con principales de inercia (momento de inercia centrífugo nulo $I_{nb} = 0$) el sistema del efecto de doce ecuaciones (6) se desacopla en dos subsistemas de seis ecuaciones cada uno.

Sistema del efecto en la sección osculante para la pieza curva plana

$$\begin{aligned}
 DV_x & & +q_x & =0 \\
 DV_y & & +q_y & =0 \\
 v_{ty}V_x & v_{tx}V_y & DM_z & +m_z=0 \\
 & & -\gamma_{zz}M_z + D\theta_z & -\Theta_z=0 \\
 -\varepsilon_{xx}V_x - \varepsilon_{yx}V_y & & +v_{ty}\theta_z + D\delta_x & -\Delta_x=0 \\
 -\varepsilon_{xy}V_x - \varepsilon_{yy}V_y & & -v_{tx}\theta_z & +D\delta_y - \Delta_y=0
 \end{aligned} \tag{7}$$

donde:

$$\gamma_{zz} = \frac{v_{nz}^2 I_b + I_n}{EI_n I_b} ; \varepsilon_{xx} = \frac{v_{tx}^2}{EA} ; \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{v_{tx} v_{ty}}{EA} ; \varepsilon_{yy} = \frac{v_{ty}^2}{EA} ;$$

Sistema del efecto en la sección binormal para la pieza curva plana

$$\begin{aligned}
 DV_z & & +q_z & =0 \\
 +v_{ty}V_z + DM_x & & +m_x & =0 \\
 -v_{tx}V_z & + DM_y & +m_y & =0 \\
 -\gamma_{xz}M_x - \gamma_{yx}M_y + D\theta_x & & -\Theta_x & =0 \\
 -\gamma_{xy}M_x - \gamma_{yy}M_y & + D\theta_y & -\Theta_y & =0 \\
 -v_{ty}\theta_x + v_{tx}\theta_z + D\delta_z - \Delta_z & & & =0
 \end{aligned} \tag{8}$$

donde:

$$\gamma_{xx} = \frac{v_{tx}^2}{GI_t} + \frac{v_{nx}^2}{EI_n} ; \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{v_{tx} v_{ty}}{GI_t} + \frac{v_{nx} v_{ny}}{EI_n} ; \gamma_{yy} = \frac{v_{ty}^2}{GI_t} + \frac{v_{ny}^2}{EI_n} ;$$

Estas expresiones permiten abarcar el cálculo de la pieza curva plana independientemente de que exista acción en cualquier dirección, pudiendo descomponerse la misma en el plano de la pieza (osculante), y perpendicularmente al este (binormal), para poder emplear independientemente y por superposición, ambos subsistemas.

De la misma forma puede analizarse el caso de la barra como particularización del caso de la pieza plana, obteniéndose unas nuevas formulaciones independientes entre ellas, que agrupan las componentes del efecto dependiendo del tipo de acción que se considere. Esto permite resolver subsistemas independientes, en vez de abordar la ecuación general.

Para el caso de la barra con producto de inercia nulo y despreciando la deformación producida por el esfuerzo cortante, los subsistemas son cuatro.

Sistema del efecto en la sección osculante tangencial (barra traccionada-comprimida)

$$\begin{aligned}
 DN & +q_x=0 \\
 -\frac{N}{EA} + Du - \Delta_x & =0
 \end{aligned} \tag{9}$$

Sistema del efecto en la sección osculante normal (barra flectada)

$$\begin{aligned}
 DV_y & +q_y=0 \\
 +V_y +DM_z & +m_z=0 \\
 -\frac{M_z}{EI_z} +D\theta_z & -\Theta_z=0 \\
 -\theta_z +Dv -\Delta_y & =0
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Sistema del efecto en la sección binormal tangencial (barra torsionada)

$$\begin{aligned}
 DT & +m_x=0 \\
 -\frac{T}{GI_t} +D\phi -\Theta_x & =0
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Sistema del efecto en la sección binormal normal (barra flectada)

$$\begin{aligned}
 DV_z & +q_z=0 \\
 -V_z +DM_y & +m_y=0 \\
 -\frac{M_y}{EI_y} +D\theta_y & -\Theta_y=0 \\
 +\theta_y +Dw -\Delta_z & =0
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Se trata de la formulación habitual de la barra propia de la bibliografía al uso de Resistencia de Materiales, uniendo la formulación de fuerzas y momentos con la formulación de giros y desplazamientos.

3. Barra a tracción-compresión con acción puntual centrada.

En este apartado se analiza la respuesta de una barra empotrada-libre sometida a una acción puntual aplicada en el extremo libre (ver figura 4).

Se presenta dos casos diferentes que son:

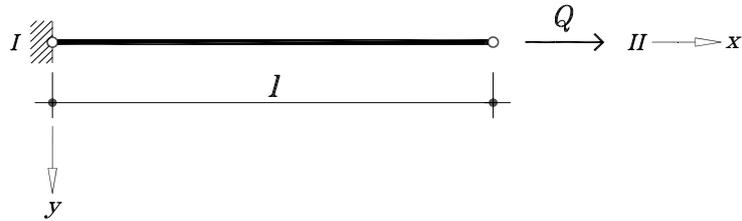
Caso 1. Barra de acero de sección tubular ($d_{ext} = 25$ cm y $d_{int} = 20$ cm) y longitud $l = 10$ m. Se considera los módulos de elasticidad del acero son $E = 200000$ MN/m² y $G = 77000$ MN/m². Su resistencia a tracción es $f_a = 300$ N/mm². Se considera una acción puntual en $Q = \pm 5$ MN

Caso 2. Barra de hormigón de sección cuadrada ($\square 40$ cm) y longitud $l = 10$ m. Se considera los módulos de elasticidad del acero son $E = 20000$ MN/m² y $G = 8300$ MN/m². Su resistencia a tracción es $f_h = 50$ N/mm². Se considera una acción puntual en $Q = \pm 5$ MN

La integración del sistema diferencial del efecto en la sección osculante tangencial de la barra traccionada-comprimida es:

$$N(x)=N(0); u(x)=\frac{N(0)}{EA}x+u(0)
 \tag{13}$$

Figura 4: Barra empotrada-libre con acción puntual centrada.



Aplicando las condiciones de sustentación se obtiene:

$$N(x)=Q; u(x)=\frac{Q}{EA}x \tag{14}$$

La tensión máxima producida por la acción cumple la condición de resistencia.

Caso 1. $f = 282.94 \text{ N/mm}^2 \leq f_a$

Caso 2. $f = 31.25 \text{ N/mm}^2 \leq f_h$

La deformación máxima y la nueva longitud de la barra son:

$$u(l)=\frac{Q}{EA}l; l_{1,1}=(1+\frac{Q}{EA})l \tag{15}$$

Si se calcula la barra aplicando la acción, n veces, en n partes. La nueva longitud que se obtiene en la aplicación m es:

$$l_{m,n}=(1+\frac{Q}{nEA})^m l \tag{16}$$

Para el cálculo se determina, en cada iteración, la nueva longitud de la barra. En la siguiente tabla 1. se presentan los valores de la deformación axial obtenida para los dos casos presentados (con material de acero y de hormigón).

Tabla 1: Deformación no lineal de una barra empotrada-libre con acción puntual centrada.

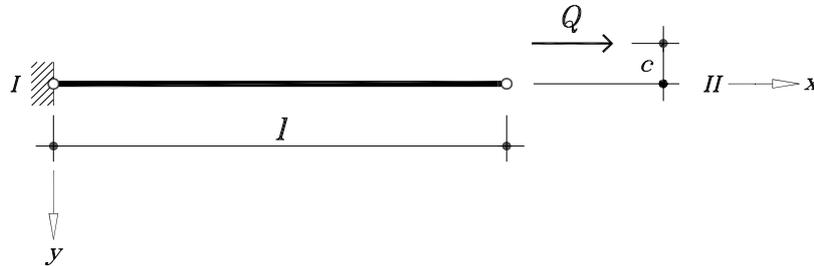
$l_{n,n}-l$ (cm)	tracción		compresión	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
1	1.414711	1.562500	-1.414711	-1.562500
2	1.415211	1.563110	-1.414210	-1.561890
5	1.415511	1.563477	-1.413910	-1.561524
10	1.415612	1.563599	-1.413810	-1.561402
20	1.415662	1.563660	-1.413760	-1.561341
50	1.415692	1.563697	-1.413730	-1.561304
100	1.415702	1.563709	-1.413720	-1.561292
1000000	1.415712	1.563721	-1.413710	-1.561280

Se realiza un cálculo no lineal del elemento resistente al tener en cuenta la deformación en cada iteración de la acción.

4. Barra a tracción-compresión con acción puntual descentrada.

Se estudia la respuesta de una barra empotrada-libre sometida a una acción puntual aplicada en el extremo libre con un cierto descentramiento (ver figura 5).

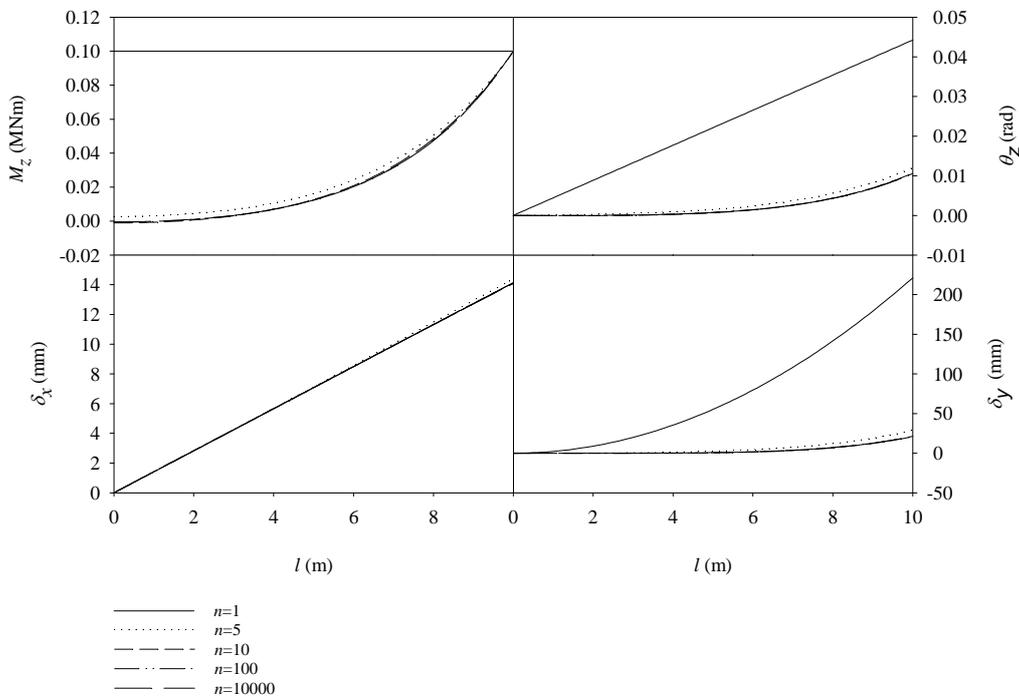
Figura 5: Barra empotrada-libre con acción puntual descentrada.



Se presenta el caso de una barra de acero de sección tubular ($d_{ext} = 25$ cm y $d_{int} = 20$ cm) y longitud $l = 10$ m. Se considera los módulos de elasticidad del acero son $E = 200000$ MN/m² y $G = 77000$ MN/m². Su resistencia a tracción es $f_a = 300$ N/mm². Se considera una acción puntual en $Q = 5$ MN y una excentricidad de $c = 2$ cm.

Se calcula la pieza aplicando la acción, n veces, en n partes. Por estar la acción descentrada respecto a la directriz, desde la segunda iteración de acción, la barra inicial pasa a ser una pieza plana (arco). En la figura 6. se presenta las gráficas de momento flector y deformaciones asociadas a este caso para diferentes valores de n . Estas gráficas se obtiene con un programa de cálculo que aplica el Método de Transferencias Finitas (Gimena, Gonzaga & Gimena 2009; Gimena, Gonzaga & Gimena 2014).

Figura 6: Gráficas de una barra empotrada-libre con acción puntual descentrada.



Se puede observar, en la figura 6. que la deformación perpendicular a la directriz es menor en el caso de considerar el efecto de la deformación en el cálculo.

5. Conclusiones.

Como se ha comprobado en la comunicación es posible mediante el Método Intrínseco de Cálculo de Estructuras abordar la influencia de la deformación en el cálculo de piezas. Se determina la sollicitación y la deformación al suponer que la acción que genera estos efectos actúa progresivamente sobre la pieza. Por tanto se considera un análisis no lineal del elemento resistente.

Como se muestra en la tabla 1., la deformación de una barra empotrada-libre, considerando un cálculo no lineal, sometida a una acción puntual aplicada en el extremo libre es:

- Mayor en el caso de tracción.
- Menor en el caso de compresión.

Este resultado sucede en los dos casos estudiados en el apartado 3., para una barra de acero y para una barra de hormigón.

Cuando la acción esta descentrada respecto a la directriz, desde la segunda iteración de ésta, la barra inicial pasa a ser una pieza plana (arco). Esto ocurre en el apartado 4. A su vez, por la laboriosidad que en este caso supone ofrecer resultados de sollicitaciones y de deformaciones, se emplea un procedimiento numérico. En esta comunicación se utiliza el Método de Transferencias Finitas.

Como se muestra en la figura 6., la deformación de una barra empotrada-libre, considerando un cálculo no lineal, sometida a una acción puntual descentrada aplicada en el extremo libre es menor que en el caso de suponer un cálculo lineal.

Referencias

- Gimena, F. Gonzaga, P. & Gimena, L. (1998). Un modelo sistemático de Análisis Estructural Lineal. IV Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos. Córdoba (España).
- Gimena, L. Gimena, F.N. & Gonzaga, P. (2008). Structural analysis of a curved beam element defined in global coordinates. *Engineering Structures*, 30(11), 3355-3364.
- Gimena, F.N. Gonzaga, P. & Gimena, L. (2009). Numerical transfer-method with boundary conditions for arbitrary curved beam elements. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 33(2), 249-257.
- Gimena, L. Gonzaga, P. & Gimena F.N. (2014). Boundary equations in the finite transfer method for solving differential equation systems. *Applied Mathematical Modelling*, 38(5), 2648-2660.
- Gonzaga, P. & Gimena, F. (1998). *Diseño de estructuras lineales. Un modelo sistemático de Análisis Estructural*. Pamplona: Colección de Ingeniería, 1. Universidad Pública de Navarra.
- Love, A.E.H. (1944). *A Treatise on the mathematical theory of elasticity*. New York: Dover.
- Parcel, J.I. & Moorman, R.B. (1955) *Analysis of statically indeterminate structures*. New York: John Wiley.
- Timoshenko, S. (1957). *Strength of materials*. New York: D. Van Nostrand Company.
- Sokolnikoff, I.S. & Redeffler, R.M. (1958). *Mathematics of Physics and Modern Engineering*. Tokyo: McGraw-Hill.