

**(02-013) - Project engineering based on multivariate analysis models.  
Application to the dimensioning of lightened flat slabs**

Sánchez-Garrido, Antonio J. <sup>1</sup>; Guaygua, Byron <sup>2</sup>; Villalba, Paola <sup>2</sup>; Yepes, Víctor <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universitat Politècnica de València, <sup>2</sup> Universidad Central del Ecuador

This research proposes a methodology for sizing innovative reinforced concrete slabs without beams, which allows the efficient use of materials. Criteria are provided to calculate the thickness of the slab lightened with pressurized plastic spheres or discs, minimizing the number of variables, using a statistical approach and linear regression models. This thickness can be estimated from the main span between supports, the height of the disk or the diameter of the sphere, as well as the intended use of the building. The final fitted model can explain 98% of the variability in slab thickness for spans between 5m and 16m. This type of slab contributes to the reduction of concrete and steel consumption, reducing weight and applied loads. This directly impacts costs and improves environmental indicators compared to traditional systems. It is presented as an efficient alternative for buildings, allowing the combination of structural, constructive, and sustainable parameters.

Keywords: Pressurized lightening; statistical analysis; building: reinforced concrete; lightweight slabs; reinforced concrete

**Ingeniería de proyectos basada en modelos de análisis multivariante. Aplicación al dimensionamiento de losas planas aligeradas**

Esta investigación propone una metodología para dimensionar losas innovadoras de hormigón armado sin vigas, que permiten el uso eficiente de materiales. Utilizando un enfoque estadístico y modelos de regresión lineal, se proporcionan criterios para calcular el espesor de la losa aligerada con esferas o discos plásticos presurizados, minimizando el número de variables. Este espesor puede estimarse a partir de la luz principal entre apoyos, la altura del disco o el diámetro de la esfera, así como el uso previsto del edificio. El modelo final ajustado logra explicar el 98% de la variabilidad en el espesor de la losa para luces comprendidas entre 5 m y 16 m. Este tipo de forjado contribuye a la reducción del consumo de hormigón y acero, lo que resulta en una disminución del peso y las cargas aplicadas. Esto impacta directamente en los costos y mejora los indicadores ambientales en comparación con los sistemas tradicionales. Se presenta como una alternativa eficiente para edificaciones, permitiendo la combinación de parámetros estructurales, constructivos y sostenibles.

Palabras clave: Aligeramientos presurizados; análisis estadístico; edificación: losas aligeradas; hormigón armado

Correspondencia: Víctor Yepes. email: vyepesp@cst.upv.es

Agradecimientos: Los autores agradecen el apoyo recibido por el Ministerio de Ciencia e Innovación (Proyecto de Investigación PID2020-117056RB-I00).



## 1. Introducción.

Las losas en edificación, diseñadas especialmente para soportar cargas verticales, representan uno de los elementos estructurales que más hormigón consumen. Al incrementar la distancia entre apoyos del edificio se precisa aumentar el espesor de la losa, lo que a su vez conlleva a un aumento en las dimensiones de vigas, pilares y cimientos, o incluso a modificar el tipo de cimentación; todo ello tiene un impacto negativo en el costo de construcción (Alrousan & Alnemrawi, 2022; Al-Shamayleh *et al.*, 2022). Estas consideraciones han motivado que los avances principales en el ámbito del hormigón armado se enfoquen en reducir su peso o superar su debilidad inherente a la tensión (Wheeler, 2018). Con el paso de los años, la calidad de los materiales ha evolucionado, mejorando propiedades como la resistencia e incorporando el uso de otros más ligeros en las estructuras de hormigón. Se ha observado una evolución e innovación en los conceptos de losas aligeradas como estrategia para reducir el peso propio de las estructuras manteniendo su capacidad resistente (Wheeler, 2018).

El sistema de losa aligerada es una solución híbrida entre los denominados métodos modernos de construcción (MMC) (Sánchez-Garrido *et al.*, 2023) que incorpora embebiendo dentro del hormigón cuerpos huecos normalmente de plástico, tales como discos o esferas presurizadas o formadores aligerantes multiaxiales; estos aligeramientos se disponen a la mitad de la profundidad de las losas, entre mallas de acero de refuerzo superior e inferior (Valivonis *et al.*, 2014). A su vez, asegura la plasticidad necesaria para absorber cargas estáticas y dinámicas tales como la fuerza del viento por la colaboración entre tabiques de fachada, losas y núcleo. En las construcciones que requieran ser calculadas a sismo (Guaygua *et al.*, 2023), encontrarán como grandes aliados la reducción de la masa de la losa y el doble armado bidireccional continuo. Es común que los aligeramientos estén fabricados con materiales reciclados (Andrew, 2018) potenciando la economía circular. Además de esta ventaja, las losas aligeradas ofrecen beneficios ambientales significativos al reducir las emisiones de CO<sub>2</sub> derivadas de la disminución del consumo de materiales al optimizar la sección de hormigón y la parte proporcional en cuantía de acero.

Considerando los beneficios y ventajas de las losas aligeradas, estudios notables han abordado diversos aspectos de este innovador sistema estructural. Una de las principales preocupaciones ha sido evaluar la resistencia al punzonamiento. Sagadevan & Rao, 2019 determinaron una disminución en la resistencia al corte en comparación con las losas sólidas, debido a la reducción de la sección crítica de hormigón causada por la presencia de los huecos cercanos a las columnas. No obstante, se ha sugerido que este inconveniente podría ser superado al introducir una losa sólida (sin huecos) alrededor de las columnas (Chung *et al.*, 2018). Está comprobada, por pruebas de carga in situ, una resistencia a la flexión y deformación equivalente comparada a las losas macizas, debido precisamente a la reducción del peso propio (Midkiff, 2013). Además, se ha demostrado que la forma de los huecos puede tener un impacto significativo en la resistencia a la flexión, siendo los huecos esféricos los que ofrecen los mejores resultados (Nimmim & Alabdeen, 2019). La reducción del peso propio de las losas huecas en comparación con las macizas oscila entre el 20% y el 30% (Schnellenbach-Held & Pfeffer, 2002). Esto reduce notablemente los costes de cimbrado.

El comportamiento estructural y el método de cálculo usado para las losas aligeradas es prácticamente idéntico al de una losa maciza teniendo en cuenta tanto una corrección de rigidez como una reducción del factor de cortante (Sagadevan & Rao, 2019) entorno al 90% y 50% respectivamente. Está comprobada, por pruebas de carga in situ, una resistencia a la flexión y deformación equivalente comparada a las losas macizas, debido precisamente a la reducción del peso propio (Midkiff, 2013). La reducción del peso propio de las losas huecas en comparación con las macizas oscila entre el 20% y el 30% (Schnellenbach-Held & Pfeffer, 2002). Esto reduce notablemente los costes de cimbrado. Por otro lado, es común que los

aligeramientos estén fabricados con materiales reciclados (Andrew, 2018) potenciando la economía circular. Además de esta ventaja, las losas aligeradas ofrecen beneficios ambientales significativos al reducir las emisiones de CO<sub>2</sub> derivadas de la disminución del consumo de materiales al optimizar la sección de hormigón y la parte proporcional en cuantía de acero.

El comportamiento estructural y el método de cálculo usado para las losas aligeradas es prácticamente idéntico al de una losa maciza teniendo en cuenta tanto una corrección de rigidez como una reducción del factor de cortante (Sagadevan & Rao, 2019) entorno al 90% y 50% respectivamente. En este sentido, el diseño preliminar de geometría y materiales es un paso previo al análisis estructural, seguido por un proceso iterativo de cálculo y dimensionamiento influenciado por la experiencia del diseñador para lograr diseños seguros, pero no siempre óptimos. Esta incertidumbre en los diseños justifica la necesidad de desarrollar herramientas de apoyo. Varios autores han propuesto tablas, ábacos o expresiones que permiten evaluar las cantidades de materiales de diferentes tipos de forjados (Ballester *et al.*, 2011) o la caracterización estadística de tableros de puentes de carretera de hormigón pretensado (Yepes *et al.*, 2009). Sin embargo, estos trabajos no han abordado el dimensionamiento de losas de hormigón armado aligeradas con esferas o discos plásticos presurizados. Por tanto, el objetivo de este trabajo es desarrollar una metodología a través del análisis estadístico que proporcione reglas de predimensionamiento con el mínimo número de datos posibles, un área hasta ahora muy poco estudiada por la comunidad científica.

## 2. Materiales y métodos.

El sistema constructivo en estudio, denominado PRENOVA, se fundamenta en un método innovador de losa de hormigón armado sin vigas, aligerada mediante el uso de esferas o discos plásticos presurizados, lo que permite abarcar luces variables entre 5m y 16m. Las piezas aligerantes se fabrican completamente con material reciclado, obtenido a partir de desechos plásticos. Este sistema genera notables ahorros al reducir hasta un 30% del consumo de hormigón y un 20% de acero. En cifras aproximadas, por cada 10,000m<sup>2</sup> de estructuras construidas, se economizan 1000m<sup>3</sup> de hormigón en forjados, lo que equivale a evitar la emisión de 220 toneladas de CO<sub>2</sub> a la atmósfera (Nabil *et al.*, 2022).

Estos tipos de forjados presentan un comportamiento estructural isotrópico, lo que significa que sus propiedades son uniformes en todas las direcciones, similar a una losa maciza convencional. Esto permite utilizar los mismos métodos de análisis estructural que se emplean para las losas macizas tradicionales. Pruebas de carga in situ han demostrado una mayor resistencia a la flexión; y una deformación comparable con las losas macizas, como resultado de la reducción del peso propio (Amoushahi Khouzani *et al.*, 2020).

**Figura 1: Losa de hormigón aligerada PRENOVA.**



## 2.1 Análisis exploratorio de las variables.

El proceso seguido implicó la revisión de 67 edificios reales construidos con losas de hormigón armado sin vigas, las cuales estaban aligeradas con esferas o discos de plástico presurizados. Esta revisión abarcó hasta 75 observaciones de forjados distintos. Las variables que caracterizan los tableros son las siguientes: 1) Luz principal entre apoyos, 2) Espesor de la losa, 3) Altura del disco o diámetro de la esfera, 4) Sobrecargas según su uso, 5) Superficie construida, 6) Año de finalización de la obra y 7) Número de plantas. En la Tabla 1 se presentan los estadísticos muestrales básicos del grupo de datos, que incluyen la media, el coeficiente de variación, el valor mínimo, el máximo, y los percentiles 25, 50 y 75.

**Tabla 1: Descripción de las variables de una muestra de 75 individuos**

Losas	Media	C.V. (%)	Min.	Max.	P25/Q1	P50/Q2/ mediana	P75/Q3
Luz principal (m)	7,64	24,19	5,20	15,00	6,15	7,20	9,00
Espesor losa (cm)	23,99	25,00	16	42	20,00	23,00	28,00
Altura $H$ disco (cm)	15,02	20,02	10,00	18,00	12,00	14,00	18,00
Diámetro $\Phi$ esfera (cm)	24,29	10,98	21,00	27,00	22,00	22,00	27,00
Sobrecarga $Q(I)$ (kN/m <sup>2</sup> )	2,69	41,49	2,00	5,00	2,00	2,00	3,00
Sobrecarga $Q(II)$ (kN/m <sup>2</sup> )	2,70	40,29	1,00	4,00	1,50	3,00	3,00
Superficie losas (m <sup>2</sup> )	4938,37	153,93	160,00	45000,00	742,50	1750,00	5900,00
Final de obra (año)	2012	0,13	2006	2018	2011	2012	2013
Número de plantas	5,73	80,84	1	26	3,00	4,00	7,00

En una primera aproximación, el espesor de la losa en estudio puede determinarse a partir de la luz principal entre apoyos utilizando una regla simple y directa de  $L/35+2\text{cm}$ ; comparado con el predimensionado típico de losas macizas, que generalmente oscila alrededor de  $L/28$ , se observa inicialmente que, para rangos de luz iguales, se requiere una menor sección resistente que para una losa maciza (Midkiff, 2013). Sin embargo, este enfoque de predimensionado es bastante básico y limitado, ya que solo sería válido para sobrecargas de uso residencial (2 kN/m<sup>2</sup>), propias de viviendas unifamiliares, y para luces menores a 7,20 m. Por lo tanto, es necesario llevar a cabo un estudio más exhaustivo que considere la influencia de múltiples variables en el análisis. El objetivo es que esta regla pueda aplicarse a la mayoría de las condiciones que se presenten en la realidad, como diferentes cargas estructurales, luces mayores y otros usos.

En la Tabla 1, las seis primeras variables muestran valores bastante próximos entre sus medias y medianas, indicando una distribución aproximadamente simétrica. Sin embargo, dado que la media es ligeramente superior a la mediana, se sugiere una ligera asimetría sesgada hacia la derecha en la distribución. Los tres últimos parámetros listados en la Tabla 1 no contribuyen de forma directa en el proceso de predimensionado.

## 2.2 Análisis inicial.

Nuestro objetivo es determinar la relación principal de un solo factor que existe entre la luz principal ( $L$ ) y el espesor de la losa aligerada ( $E$ ) en este tipo de estructura. Comenzamos representando la dispersión de los datos para verificar su comportamiento cualitativo en la Figura 2. Por su parte, la Tabla 2 presenta el resumen estadístico para cada una de las variables seleccionadas. Los sesgos y las curtosis estandarizadas indican si la muestra sigue una distribución normal, donde el rango de control oscila entre -2 y +2. Los valores fuera de este rango sugieren desviaciones significativas de la normalidad.

Figura 2: Diagrama de dispersión para  $E$  (cm) versus  $L$  (m).

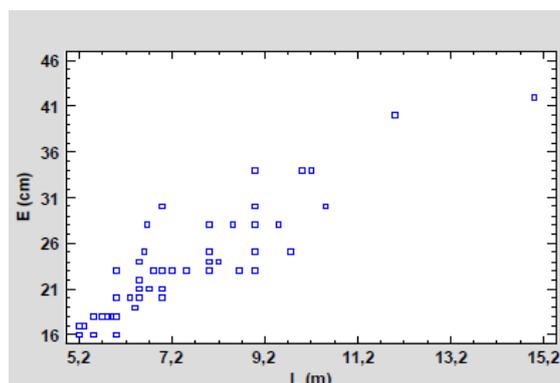


Tabla 2: Resumen estadístico.

Resumen Estadístico	$L$ (m)	$E$ (cm)
Recuento	75,0	75,0
Promedio	7,637	23,987
Desviación Estándar	1,847	6,000
Coefficiente de Variación	24%	25%
Mínimo	5,2	16,0
Máximo	15,0	42,0
Rango	9,8	26,0
Sesgo Estandarizado	4,187*	3,433*
Curtosis Estandarizado	4,038*	1,414

\* Valores fuera de rango

A continuación, se calculan las correlaciones momento producto de Pearson entre cada par de variables, donde el rango de control varía de  $-1$  a  $+1$ . Estas correlaciones cuantifican la fuerza de la relación lineal entre las variables. El coeficiente de correlación de Pearson alcanza el 91%, lo que indica una muy buena relación entre las variables. Además, se obtiene un  $p$ -valor menor a  $0,005$ , y confirma que el coeficiente es altamente significativo.

### 2.3 Aproximación al modelo. Análisis de dos variables.

Se emplea un análisis de regresión simple para ajustar una recta a la nube de puntos utilizando el método de mínimos cuadrados, con un nivel de confianza del 95%. En la Tabla 3 se presenta un resumen del modelo adoptado, donde se considera el espesor de la losa  $E$  (cm) como variable dependiente y la luz  $L$  (m) como variable independiente.

Tabla 3: Resumen del modelo.

Modelo	$R$	$R^2$	$R^2$ ajustado	E.E.E.	E.A.M	Durbin-Watson
1	0,90756	0.823657	0,821242	2,5353	1,8428	1,8855 (P=0,299)

E.E.E: Error estándar de la estimación, E.A.M: Error absoluto medio.

El estadístico  $R^2$  revela que el modelo ajustado explica el 82.3657% de la variabilidad de  $E$ . Además, el valor del coeficiente de correlación  $R$  señala una relación relativamente fuerte entre las variables. El valor de E.E.E. indica la desviación estándar de los residuos, mientras que E.A.M. el valor promedio de los residuos. El estadístico Durbin-Watson se utiliza para determinar si los residuos muestran alguna correlación significativa basada en el orden en el

que aparecen en el archivo de datos. Un valor- $P$  mayor a 0.05 sugiere que no hay evidencia de autocorrelación serial en los residuos, con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 4: Análisis de Varianza ANOVA.**

Fuente	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	significancia
Modelo	2191,740	1	2191,74	340,97	0,000
Residuo	469,245	73	6,42802		
Total	2660,99	74			

**Tabla 5: Coeficientes no estandarizados.**

Parámetro	Mínimos Cuadrados	Error estándar	T	Significancia
Intercepto	1,48802	1,25311	1,1875	0,2389
Pendiente	2,94598	0,15954	18,4653	0,0000

$$E(cm) = 1,48802 + 2,94598 * L(m) \quad (1)$$

La Tabla 4 presenta el análisis de la varianza, el cual indica una relación estadísticamente significativa entre  $E$  y  $L$  con un nivel de confianza del 95%, dado que la significancia es menor que 0,05. La Tabla 5 muestra los resultados de ajustar el modelo para describir la relación entre  $E$  y  $L$ . La ecuación 1 corresponde al modelo ajustado. La Tabla 6 presenta los residuos atípicos de las observaciones con residuos estudentizados mayores a 2 en valor absoluto. Estos residuos indican cuántas desviaciones estándar se desvían de cada valor observado de  $E$  respecto al modelo ajustado. Se debe examinar las observaciones con residuos mayores a 3 para determinar si son valores aberrantes que deben ser eliminados del modelo y tratarlos por separado. Se identifica un residuo que podría parecer aberrante a priori. Sin embargo, al examinar los datos, esta observación corresponde a un edificio hotelero con un espesor de losa de 30 cm, inicialmente excesivo respecto a su luz.

Por otro lado, otra observación para la misma luz muestra un espesor de losa de 21 cm. Esto sugiere que es muy probable que el espesor de la losa de 30 cm no solo se deba a la luz entre apoyos, sino que también podría estar relacionado con un aumento en la sobrecarga debido al uso del edificio (salones de actos, plazas públicas, instalaciones de maquinaria pesada, entre otros).

**Tabla 6: Residuos atípicos.**

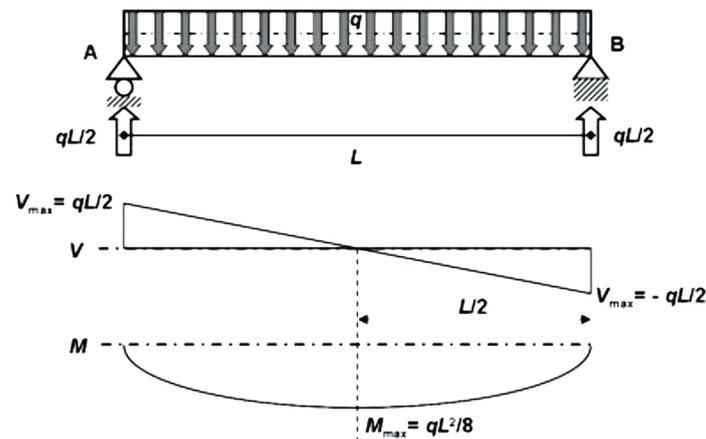
Fila	Observado		Predicción		Residuos Estudentizados
	$L$ (m)	$E$ (cm)	$E$ (cm)	Residuos	
1	9	34	28,0018	5,99816	2,47
3	7	30	22,1099	7,89012	3,35
62	9	23	28,0018	-5,00184	-2,04
65	9,76	25	30,2408	-5,24079	-2,15
66	9	23	28,0018	-5,00184	-2,04
72	6,66	28	21,1082	6,89175	2,88

## 2.4 Ajuste del modelo. Análisis multivariado.

Para calcular el dimensionamiento de cualquier losa (de ancho 1 m), el momento flector que domina una sección es proporcional a la carga ( $q$ ) y la luz cuadrática ( $L^2$ ). En la Figura 3 se muestra el caso de una viga biapoyada. El modelo incorpora en el análisis la altura de la esfera  $H_e$  (cm), la sobrecarga  $Q_1$  (la más probable, en  $\text{kN/m}^2$ ), la sobrecarga  $Q_2$  (alternativa, en

$\text{kN/m}^2$ ) y la luz al cuadrado  $L^2$  ( $\text{m}^2$ ). En primera instancia, se investiga la relación entre los distintos factores de la base de datos; este procedimiento resume varias columnas de datos cualitativos. Se calculan varios estadísticos incluyendo correlaciones, covarianzas y correlaciones parciales. Sin embargo, es importante tener en cuenta que la normalidad univariante no garantiza la normalidad multivariante de los datos.

Figura 3: Viga bi-apoyada



La Tabla 7 presenta el resumen estadístico para las variables seleccionadas. Los valores resaltados en rojo indican desviaciones significativas de la normalidad, al estar fuera del rango esperado. Por otro lado, en la Tabla 8 se muestran las correlaciones momento producto de Pearson entre cada par de variables. Se incluyen los  $p$ -valores que evalúa la significancia estadística de las correlaciones, destacando en color rojo los valores inferiores a 0,05 lo que indica correlaciones significativamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95%.

Al analizar la columna correspondiente a  $E$ , que es la variable dependiente, se observa una fuerte relación con las variables independientes  $L$ ,  $H_e$ ,  $L^2$ , y en menor grado con  $Q1$ . La sobrecarga alternativa  $Q2$  no muestra relación o es insignificante, lo que sugiere que no mejoraría el valor de  $R^2$ . Surge la duda sobre si es mejor usar  $L$  o  $L^2$  en el modelo, lo cual se resuelve por tanteo de varios supuestos.

Tabla 7: Resumen estadístico.

	$L$ (m)	$E$ (m)	$H_e$ (cm)	Q1 ( $\text{kN/m}^2$ )	Q1 ( $\text{kN/m}^2$ )	$L^2$ ( $\text{m}^2$ )
Recuento	75	75	75	75	67	75
Promedio	7,637	23,987	17,613	2,653	2,657	61,692
Desviación estándar	1,847	5,997	5,093	1,087	1,095	32,631
Coefficiente de variación	24%	25%	29%	41%	41%	53%
mínimo	5,2	16,0	10,0	2,0	1,0	27,04
máximo	15,0	42,0	27,0	5,0	4,0	225,00
Rango	9,8	26,0	17,0	3,0	3,0	197,96
Sesgo estandarizado	4,187	3,433	1,485	5,273	-1,862	7,687
Curtosis estandarizada	4,038	1,414	-1,13	1,161	-1,739	13,684

**Tabla 8: Correlaciones.**

Variables		L (m)	E (m)	H <sub>e</sub> (cm)	Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	Q2 (kN/m <sup>2</sup> )	L <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )
L (m)	Correlación		0,9076	0,8421	0,5385	0,099	0,9853
	Muestras		75	75	75	67	75
	P-Valor		0,000	0,000	0,000	0,4256	0,000
E (m)	Correlación	0,9076		0,9635	0,6713	0,1262	0,8875
	Muestras	75		75	75	67	75
	P-Valor	0,000		0,000	0,000	0,3087	0,000
H <sub>e</sub> (cm)	Correlación	0,8421	0,9635		0,6483	0,1335	0,7916
	Muestras	75	75		75	67	75
	P-Valor	0,000	0,000		0,000	0,2815	0,000
Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	Correlación	0,5385	0,6713	0,6483		0,2886	0,5469
	Muestras	75	75	75		67	75
	P-Valor	0,000	0,000	0,000		0,0179	0,000
Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	Correlación	0,099	0,1262	0,1335	0,2886		0,109
	Muestras	67	67	67	67		67
	P-Valor	0,4256	0,3087	0,2815	0,018		0,3801
L <sup>2</sup> (m <sup>2</sup> )	Correlación	0,9853	0,8875	0,7916	0,5469	0,109	
	Muestras	75	75	75	75	67	
	P-Valor	0,000	0,000	0,000	0,000	0,3801	

La Tabla 9 muestra los resultados obtenidos de las distintas pruebas, donde se destaca que el modelo RMR mejora la  $R^2$  obtenido en la sección 2.3. Como era de esperarse, la inclusión de la variable Q2 en el modelo RM no mejora el  $R^2$  del modelo RMR. Por otro lado, el modelo RMA presenta el mejor resultado para  $R^2$ , lo que indica que el modelo explica el 97,22% de la variabilidad en  $E$ . El estadístico  $R^2$  ajustado es más apropiado para comparar modelos con diferentes números de variables independientes, alcanzando un valor del 97,1%. Además, el valor-P para el estadístico Durbin-Watson es mayor a 0,05, no hay indicación de una autocorrelación serial de los residuos con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 9: Resumen de los modelos.**

Modelos	RMR	RM	RMA
Observaciones	75	67	75
R cuadrado	96,43%	96,85%	97,22%
R cuadrado ajustado	96,27%	96,65%	97,10%
Error estándar de la estimación	1,1575	1,00	1,00
Error absoluto medio	0,8185	0,682	0,709
	1,629	1,478	1,678
Durbin-Watson	(P=0,0493)	(P=0,0117)	(P=0,0758)
Autocorrelación	0,1831	0,261	0,157

RMR: Regresión múltiple de referencia ( $L$ ,  $H_e$  y  $Q1$ ), RM: Regresión múltiple ( $H_e$ ,  $Q1$ ,  $Q2$ ,  $L^2$ ), RMA: Regresión múltiple ajustada ( $H_e$ ,  $Q1$ ,  $L^2$ )

**Tabla 10: Análisis de la varianza ANOVA.**

Fuente	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Significancia
Modelo	2586,98	3	862,328	827,33	0,000
Residuo	74,0034	71	1,042		
Total	2660,99	74			

**Tabla 11: Coeficientes no estandarizados.**

Parámetro	Estimación	Error típico.	T	Significancia
Constante	5,61245	0,4593	12,2195	0,0000
$H_e$ (cm)	0,78093	0,04204	18,5768	0,0000
Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	0,33568	0,14251	2,3553	0,0213
$L^2$ (m <sup>2</sup> )	0,06044	0,00597	10,1277	0,0000

Las Tablas 10 y 11 presentan los resultados obtenidos de ajustar un modelo de regresión lineal múltiple para describir la relación entre E y tres variables independientes. La significancia en el ANOVA es menor a 0.05, lo que indica una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%. Para determinar si el modelo puede simplificarse, debe analizarse la significancia de las variables independientes (Tabla 11). El valor más alto corresponde a Q1, aunque es menor a 0.05, en consecuencia, ninguna variable puede ser eliminada del modelo. Por lo tanto, en el modelo definitivo se incluyen  $H_e$ ,  $L^2$  y la sobrecarga principal Q1, que son los parámetros más lógicos para explicar el dimensionamiento a flexión de una pieza de hormigón. La ecuación 2 corresponde al modelo ajustado definitivo.

$$E(cm) = 5,61245 + 0,78093 * H_e(cm) + 0,33568 * Q1(KN/m^2) + 0,06044 * L^2(m^2) \quad (2)$$

La Tabla 12 muestra las correlaciones estimadas entre los coeficientes en el modelo definitivo. Estas correlaciones señalan la presencia de multicolinealidad severa, indicando una correlación entre las variables predictoras, donde se observa un valor absoluto mayor a 0,5 (sin incluir el término constante).

**Tabla 12: Matriz de correlación para las estimaciones de los coeficientes.**

	Constante	$H_e$ (cm)	Q1 (KN/m <sup>2</sup> )	$L^2$ (m <sup>2</sup> )
Constante	1,0000	-0,7159	-0,0866	0,3634
$H_e$ (cm)	-0,7159	1,0000	-0,4209	-0,6856
Q1 (KN/m <sup>2</sup> )	-0,0866	-0,4209	1,0000	-0,0726
$L^2$ (m <sup>2</sup> )	0,3634	-0,6856	-0,0726	1,0000

La Tabla 13 presenta los residuos atípicos con observaciones que tienen residuos estudentizados mayores a 2 en valor absoluto. Entre estos, dos valores son mayores que 3, lo que sugiere la necesidad de una evaluación detenida para determinar si son valores aberrantes que deberían ser excluidos del modelo. Se destaca que las observaciones 4 y 5 corresponden a un mismo edificio, aunque en bloques diferentes. La fila 66 corresponde a una vivienda unifamiliar con una relación inusual entre luz y espesor para las cargas habituales de este tipo de edificios. Además, la fila 70 representa una estructura de aeropuerto lo suficientemente compleja como para distorsionar la normalidad. En las observaciones sujetas a revisión, se ajustará el valor de las sobrecargas. La fila 62 pertenece a un edificio de oficinas que, para dejar de ser un atípico destacado, requeriría reducir la sobrecarga a valores fuera de norma; por lo tanto, se opta por eliminarlo para evitar distorsiones en los resultados. Por otro lado, las filas aceptadas no muestran anomalías por lo que se mantienen sus valores.

**Tabla 13: Residuos atípicos.**

Fila	$E$ (cm) observado	$E$ (cm) predicción	Residuos	Residuos Estudentizados	Evaluación
4	40	37,0795	2,92045	3,24	Rechazar
5	40	37,0795	2,92045	3,24	Rechazar
48	22	19,7705	2,22952	2,27	Aceptar
60	23	25,2093	-2,20934	-2,25	Revisar
62	23	25,572	-2,572	-2,66	Revisar
64	25	22,9734	2,02662	2,07	Aceptar
66	23	25,2363	-2,23632	-2,30	Rechazar
70	23	25,2158	-2,21584	-2,38	Rechazar

## 2.5 Modelo depurado.

Realizamos una regresión múltiple utilizando las variables que hemos seleccionado después de limpiar y tratar los datos de donde se ha obtenido la información. La Tabla 14 presenta el resumen del modelo depurado. El estadístico  $R^2$  indica que el modelo depurado explica el 98,34% de la variabilidad de  $E$ , mientras que  $R^2$  ajustado, es más apropiado para comparar modelos con diferente número de variables independientes, alcanza el 98.26%. El valor-P para el estadístico Durbin-Watson es mayor a 0,05, lo que sugiere que no hay indicación de una autocorrelación serial de los residuos con un nivel de confianza del 95%. Por tanto, se acepta la hipótesis nula de independencia de los residuos.

Las Tablas 15 y 16 muestran los resultados al ajustar un modelo de regresión lineal múltiple para describir la relación entre  $E$  y tres variables independientes. Dado que la significancia en el ANOVA (Tabla 14) es menor a 0.05, existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95%. Para evaluar si el modelo puede simplificarse, es necesario analizar la significancia de las variables independientes (Tabla 15). El valor más alto corresponde a Q1, aunque es menor a 0,05, lo que indica que el término es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95%. Por lo tanto, no es posible eliminar ninguna variable del modelo. La ecuación 3 representa el modelo ajustado depurado.

**Tabla 14: Resumen del modelo depurado.**

Modelo	$R^2$	$R^2$ ajustado	E.E.E.	E.A.M	Durbin-Watson
1	98,34%	98,26%	0,733	0,548	1,9625 (P=0,438)

E.E.E: Error estándar de la estimación, E.A.M: Error absoluto medio.

**Tabla 15: Análisis de la varianza ANOVA.**

Fuente	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	$F$	significancia
Modelo	2097,69	3	699,229	1301,58	0,000
Residuo	35,4563	66	0,537		
Total	2133,14	69			

**Tabla 16: Coeficientes**

Parámetro	Estimación	Error típico	T	Significancia
Constante	6,006	0,3355	17,9052	0,0000
$H_e$ (cm)	0,772	0,0309	24,9945	0,0000
Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	0,368	0,1103	3,3339	0,0014
$L^2$ (m <sup>2</sup> )	0,055	0,0045	12,1679	0,0000

$$E(\text{cm}) = 6,0064 + 0,7717 * H_e(\text{cm}) + 0,3679 * Q1(\text{KN/m}^2) + 0,0553 * L^2(\text{m}^2) \quad (2)$$

**Tabla 17: Matriz de correlación para las estimaciones de los coeficientes.**

	Constante	$H_e$ (cm)	Q1 (KN/m <sup>2</sup> )	$L^2$ (m <sup>2</sup> )
Constante	1,0000	-0,6671	-0,1273	0,3003
$H_e$ (cm)	-0,6671	1,0000	-0,4497	-0,6900
Q1 (kN/m <sup>2</sup> )	-0,1273	-0,4497	1,0000	0,0043
$L^2$ (m <sup>2</sup> )	0,3003	-0,6900	0,0043	1,0000

Lo presentado en la Tabla 17 es coherente, dado que la altura del disco aligerante constructivamente está condicionada por el espesor final de losa. Pero a su vez, es necesaria esta "multicolinearidad" de  $H_e$  para anticipar las alturas comerciales disponibles de discos o esferas con los cuales proyectar la losa. Para determinarlo, se requiere realizar un tanteo con la ecuación (1) y seleccionar el disco o esfera adecuada de un catálogo de opciones.

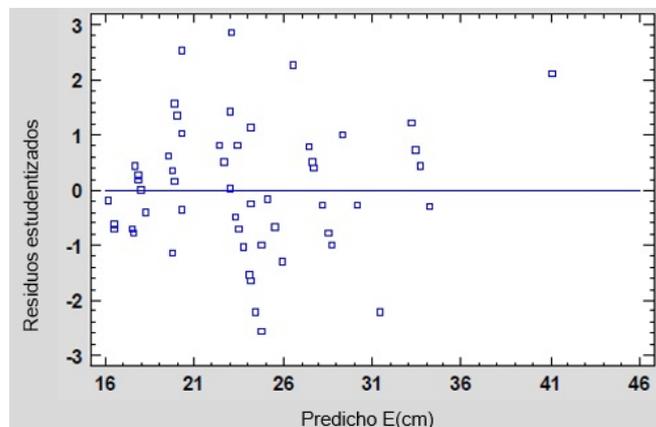
Los residuos atípicos enlistados en la Tabla 18 exhiben residuos estudentizados mayores a 2 en valor absoluto, no se obtuvo valores mayores a 3.

La Figura 4 puede revelar un posible incumplimiento de la hipótesis de homocedasticidad, como ejemplo, si detectamos que el tamaño de los residuos aumenta o disminuye de forma sistemática a medida que aumenta el  $E$  predicho. En este caso, al no presentar apariencia de patrón alguno, podemos aceptar que se cumple la hipótesis de homocedasticidad, evidenciando una varianza constante de los residuos a lo largo de la banda del cero. Además, la Figura 4 puede detectar indicios de falta de adecuación del modelo propuesto a los datos. La presencia de trayectorias de comportamiento no aleatorio indicaría que el modelo no describe adecuadamente los datos.

**Tabla 18: Matriz de correlación para las estimaciones de los coeficientes.**

Fila	$E$ (cm) observado	$E$ (cm) predicción	Residuos	Residuos Estudentizados
3	30	31,3939	-1,3939	-2,21
42	42	41,1332	0,8668	2,11
46	22	20,2522	1,7478	2,53
58	23	24,7835	-1,7835	-2,57
61	25	23,0437	1,9563	2,86
67	28	26,5068	1,4932	2,28
69	23	24,4484	-1,4484	-2,20

**Figura 4: Gráfico de residuos.**

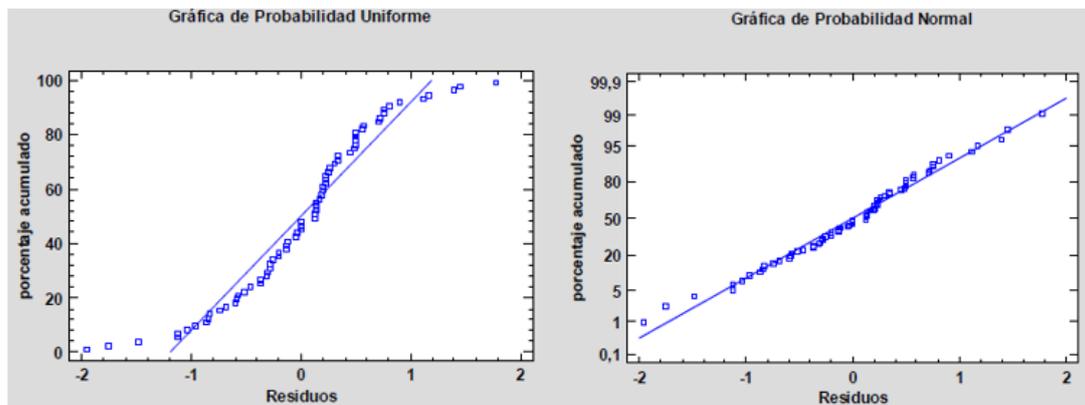


## 2.6 Discusión de resultados.

Este estudio desarrolla modelos de regresión lineal que proporcionan criterios de dimensionamiento preliminar para calcular el espesor en centímetros de losas innovadoras de hormigón armado: aligeradas con esferas o discos plásticos presurizados. Se utilizaron el mínimo número de variables representativas; la luz principal entre apoyos, la altura del disco o diámetro de la esfera y el uso principal del edificio que determina la sobrecarga más probable en el edificio.

Es importante comprobar que no existe un rango de aplicación entre L y E para que el predimensionado sea válido para cualquier estructura, es decir, para toda la población. Para ello, los residuos deben seguir una distribución normal. Para verificar la normalidad de los residuos, se utiliza el gráfico de probabilidad normal y se lo compara con el de probabilidad uniforme. Al examinar ambas gráficas de la Figura 5, se observa que se asemejan más a una probabilidad normal, y no se detectan otras observaciones de residuos inusuales. Esto refuerza que el modelo está más depurado después del reajuste y cribado de valores atípicos.

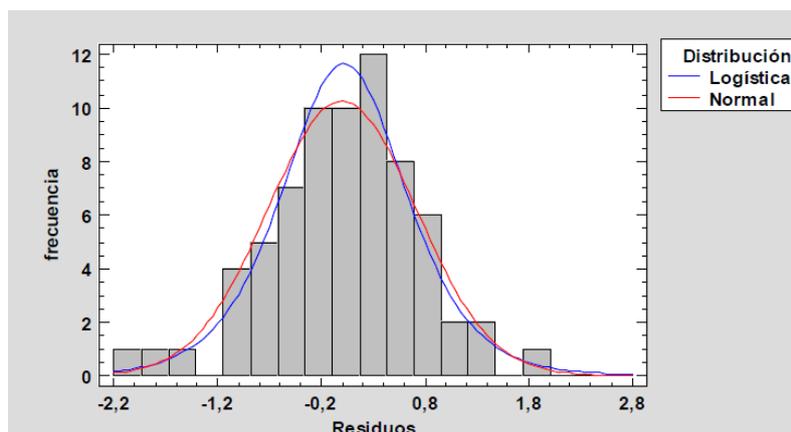
**Figura 5: Gráficos de probabilidad uniforme y normal.**



**Tabla 19: Comparación de distribuciones alternas.**

Distribución	Parámetros Est.	Log Verosimilitud	KSD
Logística	2	-75,039	0,0777
Normal	2	-75,5161	0,0811
Laplace	2	-75,9223	0,09415
Valor extremo más chico	2	-79,421	0,102043
Valor extremo más grande	2	-84,2289	0,122859
Uniforme	2	-92,336	0,1922
Gaussiana inversa	2	-92,336	
Pareto	1	-1,00E+09	0,9889
Loglogística	2	-1,00E+09	0,4857
Exponencial	1	-7,00E+10	
Lognormal	2	-7,00E+10	0,4857
Welbull	2	-7,00E+10	0,4857
Gamma	2	-7,00E+10	
Birnbaum-Saunders	sin ajuste		

**Figura 6: Histograma para los residuos.**



Finalmente nos aseguramos de que los residuos pueden modelarse adecuadamente con una distribución normal. En primer lugar, se realizó un ajuste de la distribución normal a los datos de residuos, donde se verifica que la “esperanza” (media) alcanza un valor cercano a cero, específicamente  $-0,0007142$ . Posteriormente, se realizaron varias pruebas para determinar si los residuos podían ser modelados adecuadamente con una distribución normal. En la prueba Shapiro-Wilk se obtuvo un valor de  $0,987$  asociado a la significancia más pequeña obtenida, de  $0,69$ , que resultó mayor a  $0,05$ . Esto indica que no se puede rechazar la idea de que los residuos provienen de una distribución normal con un nivel de confianza del  $95\%$ . Finalmente, se realizaron pruebas de bondad de ajuste para los residuos. El valor-P más pequeño obtenido fue de  $0,75$  en la prueba de Kolmogorov-Smirnov, el cual también resultó mayor a  $0,05$ .

La Tabla 19 compara la bondad del ajuste cuando varias distribuciones se ajustan a residuos. Según el estadístico Log Verosimilitud, la distribución que mejor se ajusta es la distribución logística, aunque prácticamente se solapa con la normal. Basándonos en todas las pruebas anteriores, se considera que se cumple con la condición de normalidad. En la Figura 6 se representa la normalidad para la distribución logística y la normal.

El objetivo tradicional de la ingeniería estructural ha sido garantizar la máxima seguridad con los menores costos. Las actuales preocupaciones para una construcción sostenible destacan la importancia de buscar nuevos sistemas estructurales bajos en carbono. Este estudio propone una metodología en el dimensionamiento de un innovador sistema estructural de losas aligeradas. El modelo depurado presentado puede ser utilizado para diferentes luces entre apoyos y diferentes sobrecargas. Los resultados obtenidos en esta sección permitieron demostrar la validez del modelo en la obtención del dimensionamiento del espesor de la losa en cualquier estructura.

### **3. Conclusiones.**

En este trabajo se presentan criterios de dimensionamiento para un sistema estructural innovador que permite obtener importantes reducciones del consumo de los materiales hormigón y acero, y consecuentemente la reducción del impacto ambiental: losas de hormigón armado aligeradas con esferas o discos plásticos presurizados. Los modelos de regresión lineal desarrollados en este estudio se basan en una muestra de 67 edificios reales e incluye 75 observaciones de distintos forjados. El modelo final depurado resultante considera el mínimo número de variables, logrando explicar el  $98,34\%$  de la variabilidad en la determinación del espesor de las losas aligeradas de acuerdo con el estadístico  $R^2$ .

Este estudio proporciona una herramienta práctica para el dimensionamiento de sistemas estructurales innovadores. Permite determinar el espesor de la losa aligerada para diferentes luces y sobrecargas. Una de las principales limitaciones de este documento, es que la altura

del disco o el diámetro de la esfera aligerantes están condicionados constructivamente por el espesor final de la losa. Para seleccionar el valor adecuado, es recomendable realizar un análisis previo del espesor de la losa utilizando el modelo de regresión simple. Además, se deben tener en cuenta los valores de recubrimientos nominales de acuerdo con los requisitos de resistencia al fuego. La investigación futura podría profundizar el estudio de las bondades de este sistema estructural, a través de evaluaciones del ciclo de vida económico, mediambiental y social. Los métodos de toma de decisión multicriterio podrían utilizarse para una evaluación holística de la sostenibilidad, comparando estas innovadoras losas con sistemas tradicionales.

### 3.1 Referencias.

- Alrousan, R. Z., & Alnemrawi, B. R. (2022). The behavior of alkali-silica reaction-damaged full-scale concrete bridge deck slabs reinforced with CFRP bars. *Results in Engineering*, 16, 100651. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100651>
- Al-Shamayleh, R., Al-Saoud, H., Abdel-Jaber, M., & Alqam, M. (2022). Shear and flexural strengthening of reinforced concrete beams with variable compressive strength values using externally bonded carbon fiber plates. *Results in Engineering*, 14, 100427. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100427>
- Amoushahi Khouzani, M., Zeynalian, M., Hashemi, M., Mostofinejad, D., & Farahbod, F. (2020). Investigation of flexural and shear behaviors of biaxial voided slabs containing steel cages. *Structural Concrete*, 21(1), 291–302. <https://doi.org/10.1002/suco.201900129>
- Andrew, R. M. (2018). Global CO<sub>2</sub> emissions from cement production. *Earth System Science Data*, 10(1), 195–217. <https://doi.org/10.5194/essd-11-1675-2019>
- Ballester, M., Vea, F., & Yepes, V. (2011). *Análisis multivariante para la estimación de la contribución a la sostenibilidad de los forjados reticulares*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.10763.80164>
- Chung, J.-H., Bae, B.-I., Choi, H.-K., Jung, H.-S., & Choi, C.-S. (2018). Evaluation of punching shear strength of voided slabs considering the effect of the ratio  $b_0/d$ . *Engineering Structures*, 164, 70–81. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.02.085>
- Guaygua, B., Sánchez-Garrido, A., Yepes, V. (2023). A systematic review of seismic-resistant precast concrete buildings. *Structures*, 58, 105598. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.105598>
- Midkiff, C. J. (2013). *Plastic voided slab systems: applications and design*.
- Nimnim, H., & Alabdeen, Z. (2019). Structural behavior of voided normal and high strength reinforced concrete slabs. *Kufa Journal of Engineering*, 10, 1–11. <https://doi.org/10.30572/2018/kje/100201>
- Nabil, A., Abd El-Aleem, M., Heiza, K., & Hekal, G. (2022). Voided Slabs As A New Construction Technology-A Review. *Conference: International Conference on Advances in Structural and Geotechnical Engineering, 2023*. At: Hurgada , Egypt.
- Sagadevan, R., & Rao, B. N. (2019). Experimental and analytical investigation of punching shear capacity of biaxial voided slabs. *Structures*, 20, 340–352. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.03.013>
- Sánchez-Garrido, A.J., Navarro, I.J., García, J., & Yepes, V. (2023). A systematic literature review on Modern Methods of Construction in building: an integrated approach using machine learning. *Journal of Building Engineering*, 73, 106725. <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2023.106725>
- Schnellenbach-Held, M., & Pfeffer, K. (2002). Punching behavior of biaxial hollow slabs. *Cement and Concrete Composites*, 24(6), 551–556.

Valivonis, J., Jonaitis, B., Zavalis, R., Skuturna, T., & Šneideris, A. (2014). Flexural capacity and stiffness of monolithic biaxial hollow slabs. *Journal of Civil Engineering and Management*, 20(5), 693–701. <https://doi.org/10.3846/13923730.2014.917122>

Wheeler, H. (2018). *Flat plate voided slabs: A lightweight concrete floor system alternative*. <http://hdl.handle.net/2097/39263>

Yepes, V., Díaz, J., González-Vidosa, F. & Alcalá, J. (2009). Statistical Characterization of Prestressed Concrete Road Bridge Decks. *Revista de la Construcción*, 8(2), 95-109.

### Comunicación alineada con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

El proyecto se orienta hacia el objetivo 9 de desarrollo sostenible (ODS): Construir infraestructuras resilientes, promover la industrialización sostenible y fomentar la innovación.

