

07-007

**EMERGENT BEHAVIOUR MODEL FOR THE PRIORITISATION OF EMERGENCY VEHICLES WITH
KNOWN ROUTE BASED ON MARKOV CHAINS**

Rojas Blanco, Sergio ⁽¹⁾; Sáez Martínez, Sol ⁽¹⁾; Carrillo de la Plata, José Antonio ⁽²⁾; Otero Mateo, Manuel ⁽¹⁾; Cerezo Narváez, Alberto ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Universidad de Cádiz, ⁽²⁾ University of Oxford

The general growth of the population of cities has generated a multitude of engineering challenges in very varied fields. The case of emergency vehicles (EVs) is especially delicate, since the response time is decisive for the quality of the services they provide. Current emergency vehicle prioritization (EVP) systems aim to reduce EV travel time and minimize the impact on other vehicles. Previous works consider that the prioritization time of a traffic light affects the delay of the rest of the vehicles. Therefore, they focus on optimizing the prioritization time and on the traffic light ahead of the EV. Based on an emergent behaviour model for animal species and Markov chain theory, this study proposes an alternative methodology to generate a corridor of green traffic lights, both on the known EV route and on the roads adjacent to the route. The state of the traffic lights depends on the states of the previous traffic light in the direction of the EV traffic.

Keywords: priority; preemption; emergency vehicle; Markov chain; route

**MODELO DE COMPORTAMIENTO EMERGENTE PARA LA PRIORIZACIÓN DE VEHÍCULOS DE
EMERGENCIA CON RUTA CONOCIDA BASADO EN CADENAS DE MARKOV**

El crecimiento generalizado de la población de las ciudades ha generado multitud de retos de ingeniería en campos muy variados. El caso de los vehículos de emergencia (VEs) es especialmente delicado, dado que el tiempo de respuesta es determinante para la calidad de los servicios que prestan. Los sistemas actuales de priorización de vehículos de emergencia (EVP) pretenden reducir el tiempo de recorrido del VE y minimizar el impacto en el resto de vehículos. Los trabajos anteriores consideran que el tiempo de priorización de un semáforo repercute en el retardo del resto de vehículos. Por tanto, se centran en optimizar el tiempo de priorización y en el semáforo por delante del VE. A partir de un modelo de comportamiento emergente para especies animales y de la teoría de las cadenas de Markov, en este estudio se plantea una metodología alternativa, para generar un corredor de semáforos verdes, tanto en la ruta conocida del VE como en las vías adyacentes a la ruta. El estado de las luces de los semáforos depende de los estados del semáforo anterior en el sentido de la circulación del VE..

Palabras clave: priorización; vehículo de emergencia; Cadena de Markov; ruta

Agradecimientos: Plan propio de la Universidad de Cádiz.

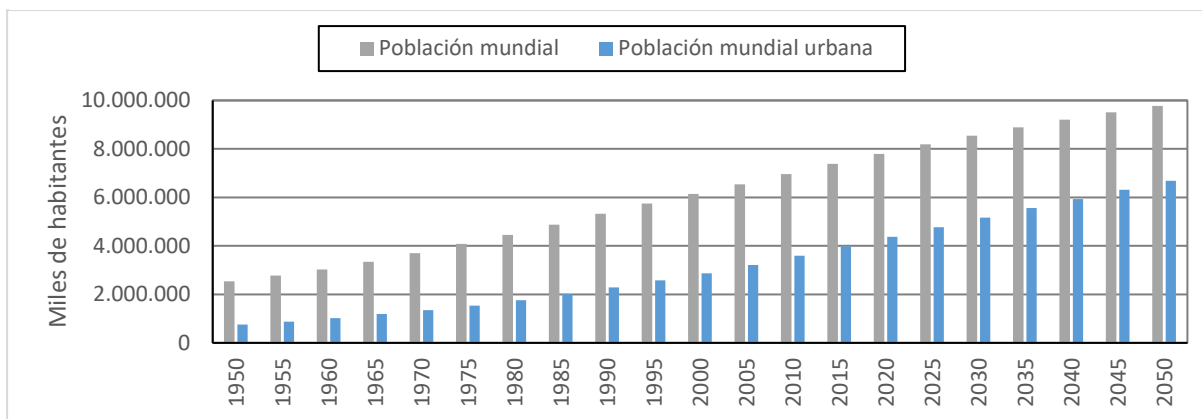


© 2023 by the authors. Licensee AEIPRO, Spain. This article is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. Introducción

Las ciudades crecen cada día. Se espera que en 2050 la población urbana mundial alcance el 68% (United Nations [UN], 2019, pág. 21). Con la masificación de las ciudades también se ha incrementado el número de vehículos. Esto ha agravado los problemas medioambientales, de seguridad y movilidad en las ciudades. La figura 1 muestra un diagrama de barras de la evolución de la población mundial junto a la población urbana.

Figura 1: Población mundial y de la población mundial en las ciudades

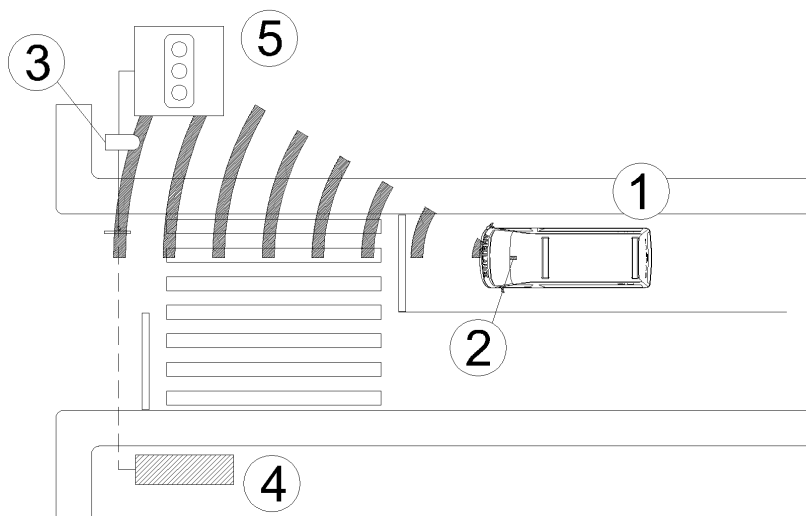


Los principales factores que contribuyen a la formación de atascos son la capacidad de las vías, esencialmente, como consecuencia del crecimiento no previsto del número de vehículos; y las conductas asociadas al horario, ya que la mayoría de los ciudadanos tienen horarios muy similares y se desplazan en vehículo en el mismo momento, como en horario de colegios o trabajo. Por tanto, las principales actuaciones para disminuir los atascos se deben orientar en estos dos factores. Esta comunicación se enfoca en la gestión de las infraestructuras viarias.

Existen algunas propuestas para mejorar la circulación de las ciudades mediante la gestión integral de los semáforos. Destacan el de Osorio, Flötteröd y Zhang (2015), y publicaciones posteriores de Osorio, que tratan el tráfico de la ciudad de forma global aplicando optimización basada en simulaciones (SO) y utilizan ideas de metamodelos SO; y el de Garcia-Nieto, Olivera y Alba (2013) que desarrollaron un algoritmo para regular el tráfico de toda la ciudad basado en el comportamiento de bandadas.

Sin embargo, los vehículos más afectados por los atascos son los de emergencia, VE a partir de ahora, como los servicios sanitarios, bomberos o policía, por lo que es necesario facilitarles todo lo posible la circulación. La priorización de vehículos de emergencia, EVP a partir de ahora, es una forma de tratamiento preferencial de los semáforos a los VE en las intersecciones para reducir su tiempo de viaje. Estos sistemas se aplican también a otros vehículos, como transporte público o mercancías peligrosas. Generalmente, el funcionamiento de dichos sistemas se basa en la detección del VE por un sensor situado cerca o en el mismo semáforo. Cuando un sensor detecta un VE envía una señal al regulador de la intersección correspondiente. Los reguladores controlan los tiempos de activación de las luces de los diferentes semáforos que regula. Cuando un sensor detecta un VE, el regulador activa un programa de priorización previamente instalado. En la figura 2 se muestra un esquema de los elementos de un sistema EVP.

Figura 2: Sistema EVP



1. Vehículo de emergencias; 2. Emisor de señal; 3. Detector de señal; 4. Regulador de tráfico; 5. Semáforo

Estos sistemas aplican diferentes tecnologías, como radiofrecuencia (Rosayyan, Subramaniam & Ganesan, 2021), acústica (Tran & Tsai, 2020), visión (Liu et al., 2022) o geolocalización (Rosayyan et al., 2023). Para reducir los efectos de una alteración del funcionamiento normal sobre el tráfico circundante, los sistemas EVP se enfocan únicamente en el semáforo inmediatamente delante del VE. Sin embargo, el estado de un semáforo repercute en la circulación aguas abajo. El objetivo de los investigadores es optimizar el tiempo de priorización de los semáforos para facilitar el paso de un VE y, al mismo tiempo, minimizar el impacto sobre el resto de vehículos. Para calcular este tiempo algunos autores proponen estrategias basados en el internet de las cosas, IoT, para obtener datos del entorno, como (Tashtoush et al., 2022) y (Khan et al., 2018); otros consideran la información como estados difusos (Habibi, Broumandnia, & Harounabadi, A., 2021) y otros utilizan técnicas bien conocidas en ingeniería como las redes de Petri (Mu, Liu, & Li, 2018), además de otras muchas técnicas.

Estos sistemas EVPs plantean algunos inconvenientes:

- Los sistemas particularizados para cada semáforo priorizable requieren la instalación de un programa específico en el regulador correspondiente. Por tanto, el precio aumenta en proporción al número de semáforos.
- Al limitar la priorización al semáforo más próximo por delante del VE, los semáforos que están muy próximos entre sí no tienen tiempo para responder adecuadamente antes de que el VE llegue hasta ellos.
- Otra consecuencia de priorizar un solo semáforo es que puede dar lugar a la formación de colas en ese semáforo o en sus adyacentes. Algunos semáforos dan acceso a diferentes vías, si en dichas vías hay otros semáforos cercanos y éstos están en rojo, pueden generar atascos en la intersección.
- Los vehículos prioritarios suelen llegar equipados con equipos especiales de comunicación vehículo-infraestructura (V2I) y en las intersecciones se instalan sensores de detección. Esto encarece el sistema.

1.1. Antecedentes relacionados

Los técnicos de tráfico tratan de gestionar los semáforos de forma que el tráfico de peatones y vehículos sea fluido. En el caso de los vehículos, es recomendable generar ondas u olas verdes que son semáforos coordinados que permiten el flujo continuo del tráfico.

Este trabajo está encaminado a la gestión grupal de semáforos. Los trabajos de Osorio, Flötteröd y Zhang (2015) y Olivera y Alba (2013) están enfocados a la gestión del tráfico normal. Aquí nos centramos en la priorización de VEs.

Al igual que Olivera y Alba (2013), nos basamos en modelos biológicos de bandada. Nuestro modelo recurre al comportamiento emergente de algunas especies animales. El comportamiento emergente es aquel en el que los individuos de un grupo actúan de forma simple pero que al interactuar se obtiene un comportamiento grupal complejo. Algunos ejemplos de especies que interactúan de esta forma son los estorninos, las hormigas, o los arenques.

El modelo matemático más extendido para representar el movimiento de los individuos de una bandada es el de Cucker y Smale (2007). A partir de este han surgido otras variaciones. Para esta comunicación es fundamental la publicación de Li y Ha (2015) en el que se modela el movimiento de los individuos de una bandada que sigue a un líder, el cual va cambiando.

2. Objetivos

El objetivo general de esta comunicación es aportar una nueva perspectiva a los sistemas EVP. En concreto, proponemos un nuevo modelo matemático que permite priorizar los semáforos a los VE de forma coordinada. El modelo permite diseñar un algoritmo y, posteriormente, un programa. Coordinar los semáforos de la ruta del VE mejora la eficacia del sistema.

Para aplicar nuestro modelo hay que considerar que:

- Se conoce la ruta del VE. Dicha ruta puede variar durante su trayecto.
- La ecuación propuesta está indicada para una gestión centralizada del tráfico.
- No se incluye la gestión de los semáforos que se cruzan con los tramos priorizados para evitar colisiones.
- Se conoce las relaciones entre semáforos y están expresadas en forma de matriz.

3. Metodología

Consideramos que los semáforos son los individuos del conjunto de semáforos priorizables. El comportamiento que se desea obtener es el siguiente:

1. Cuando el VE solicita la priorización, el semáforo más cercano en el mismo sentido de circulación se activa.
2. A continuación, el estado de cada semáforo de la ruta del VE depende de una función de probabilidad.
3. Al pasar el VE a través del semáforo priorizado se restablece su estado anterior.

Al igual que los individuos de una bandada, los semáforos tienen relación con sus adyacentes y sus estados depende del estado de los semáforos aguas arriba. Este comportamiento se puede plantear como un proceso de Markov, el cual nos da la probabilidad de estado de un elemento en función de su estado inmediatamente anterior.

3.1. Cadenas de Markov

En esencia, una cadena de Markov es un proceso estocástico en el que se conocen el estado actual X_n , y los estados previos X_1, \dots, X_{n-1} . La probabilidad del estado futuro X_{n+1} solamente depende del estado actual X_n .

Es decir, para $n = 1, 2, \dots$ y para cualquier sucesión de estados s_n, \dots, s_{n+1}

$$P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_1 = s_1, X_2 = s_2, \dots, X_n = s_n) = P(X_{n+1} = s_{n+1} | X_n = s_n)$$

Una cadena de Markov es finita si existe un número finito k de estados posibles s_1, s_2, \dots, s_k y en cualquier instante de tiempo la cadena está en uno de estos k estados. Tiene probabilidades de transición estacionarias si para cualquier par de estados s_i y s_j existe una probabilidad de transición p_{ij} tal que

$$P(X_{n+1} = s_j | X_n = s_i) = p_{ij} \text{ para } n = 1, 2, \dots$$

Dada una cadena de Markov con k estados posibles s_1, s_2, \dots, s_k y probabilidades de transición estacionarias, se forma la matriz de transición P de tamaño $k \times k$, donde

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1k} \\ p_{21} & \dots & p_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & \dots & p_{kk} \end{pmatrix}$$

Hay que destacar que las propiedades interesantes de estos procesos:

- La suma de las probabilidades de los estados es 1.
- La matriz de transición es cuadrada.
- Las probabilidades de transición están entre 0 y 1.
- Las probabilidades de activación de los sucesivos instantes, se calcula como producto del estado inicial por la matriz de transición elevada por el paso o instante que se desea calcular.

$$P_N = P_{N-1} \cdot T = P_0 \cdot T^N \quad (1)$$

3.2. Modelo matemático de referencia

El modelo de Li y Ha (2015) establece la posición y la velocidad del elemento i , en su caso, un individuo, ya sea un pájaro, pez, etc.; expresadas con x_i y v_i , respectivamente.

Un digrafo $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, sin lazos, con N elementos en el que existen interacciones, se define como:

$$\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\} \quad \mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V} \setminus \{(i, i) : i \in \mathcal{V}\} \quad (2)$$

Si un individuo j es adyacente a otro i , es decir, j influye sobre i , decimos que $(j, i) \in \mathcal{E}$. En un diagrama de flujo se representa como $j \rightarrow i$. Las relaciones entre individuos se indica mediante la matriz de adyacencia asociada, \mathcal{X}_{ij} , que se define como:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } (j, i) \in \mathcal{E}, \\ 0, & \text{si } (j, i) \notin \mathcal{E}. \end{cases} \quad (3)$$

Los grafos dirigidos ponderados establecen un peso entre nodos, normalmente fijo. Estos autores establecen un peso de interacción, $\psi_{ij} > 0$, entre los estados de los individuos j e i . Estos pesos son valores de probabilidades de cambio de estado y va cambiando según los parámetros de los que depende ψ . El peso de interacción de cualquier individuo, expresado matemáticamente, se calcula multiplicando la matriz de adyacencia x_{ij} por el peso de interacción ψ_{ij} . De esta forma se obtiene la matriz $x_{ij} \circ \Psi_x := (x_{ij}\psi_{ij}(x(t)))$. El resultado es la matriz de adyacencia de peso del sistema Curker-Smale en el dígrafo \mathcal{G} .

El parámetro σ represente una señal de cambio. En cada instante de tiempo t , el sistema registra un grafo admisible $\mathcal{G}_{\sigma(t)}$ y, en consecuencia, tiene una matriz de adyacencia de peso dada por $x^{\sigma(t)} \circ \Psi_x$.

Por tanto, el modelo se representa matemáticamente de la siguiente forma:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + hv_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$v_i(t+1) = v_i(t) + h \sum_{j=i}^N x_{ij}^{\sigma(t)} \psi_{ij}(x(t)) [v_j(t) - v_i(t)] \quad (4)$$

$$\psi_{ij}(x(t)) = \frac{1}{(1 + |x_i(t) - x_j(t)|^2)^\beta}$$

, donde h es el paso de tiempo y β es una constante que indica la tasa de descomposición de la influencia entre los individuos de una bandada a medida que se separan en el espacio.

3.3. Parámetros

Para particularizar el modelo anterior a nuestro caso, definiremos nuestros parámetros y lo adaptaremos a nuestro tipo de individuos, los semáforos.

Denominamos semáforo prioritario, I , a aquel que determina el estado del resto de semáforos aguas abajo. Es el semáforo más cercano por delante del VE y es el semáforo de referencia para el resto de semáforos.

Como se observa en la ecuación (1), el peso de interacción $\psi_{ij}(x(t))$ depende de la distancia entre individuos $|x_i(t) - x_j(t)|$. Nosotros consideraremos los siguientes parámetros:

- El número de semáforos de separación entre el semáforo cuyo estado queremos determinar i y el semáforo prioritario, I , n_{iI} .
- El número de semáforos de separación entre el semáforo cuyo estado queremos determinar i y un semáforo cercano j , n_{ij} .
- La distancia entre el semáforo cuyo estado queremos determinar i y el semáforo prioritario I , d_{iI} .
- La distancia entre el semáforo cuyo estado queremos determinar i y un semáforo cercano j , d_{ij} .

Además, tomaremos los valores de:

- Estado del semáforo j , S_j .

Los semáforos j están por detrás del i , es decir, $i \leq j$.

3.4. Definición de matriz de transición

En esta comunicación presentamos una función simplificada de peso de interacción para semáforos, $w_{ij}(n, d)$, a la que denominamos función de peso de activación:

$$w_{ij} = \frac{n_{ij} \cdot d_{ij}}{n_{iI} \cdot d_{iI}} \quad (5)$$

Para obtener valores de probabilidades comprendidas entre el 0 y el 1, la normalizamos. Por tanto, la función de peso normalizada, τ_{ij} , es la siguiente:

$$\tau_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_j w_{ij}} \quad (6)$$

Los estados de los semáforos analizados toman como referencia el primer semáforo activo por delante del VE, esto es, el semáforo prioritario, I .

Al dar valores a los parámetros n_{ij} e d_{ij} se observa que:

- para el primer semáforo, $i = 1$, e $i = I$ el denominador de la función de proporción es nula.
- la influencia de un semáforo sobre sí mismo, $i = j$, hace que el numerador de la función de proporción sea nula.

Así pues, la influencia del semáforo prioritario sobre sí mismo implica una indeterminación.

Para evitar esta situación, distinguimos este caso y definimos la matriz de transición de nuestra cadena de Markov, Λ_{ij} , de esta forma:

$$\Lambda_{ij} = \begin{cases} 1 - \sum_{\substack{j \in R \\ i \neq j}} \tau_{ij}, & \forall i = j ; \\ \tau_{ij}, & \forall i \neq j ; \end{cases} \quad (7)$$

Observamos que para $i = j = 0$, el peso y, por tanto, el valor de la matriz de transición es 0, es decir que el peso del semáforo prioritario sobre sí mismo es nulo.

El semáforo prioritario se debe activar en cuanto se detecte una situación de emergencia por lo que hemos incorporado esta circunstancia. Por tanto, establecemos la condición $w_{11} = 1$ y, por tanto, $\Lambda_{11} = 1$.

4. Modelo de comportamiento emergente para priorización de VE

Definimos la ecuación de estado de un semáforo i de esta forma:

$$S_i(t + 1) = S_i(t) + \sum_{j \in R} \tau_{ij} \cdot (S_j(t) - S_i(t)) \quad (8)$$

Donde $S_i(t)$ y $S_j(t)$ representan las probabilidades de priorización de los semáforos i y j en el instante t , respectivamente. La variable $S_i(t + 1)$ indica el valor de la probabilidad del semáforo i en el siguiente instante.

La región R comprende el conjunto de semáforos que pertenecen a la ruta prefijada. El índice i es el semáforo objetivo cuyo estado se pretende obtener. La nomenclatura x_{ij} indica la influencia del elemento j sobre el i , $j \rightarrow i$. El subíndice 1 indica que se trata del semáforo prioritario, I . Consideramos la influencia de semáforos pertenecientes a la región R sobre el resto de los semáforos de la región aguas abajo del VE.

Desarrollando el sumatorio de la ecuación (8) y reagrupando términos, obtenemos que:

$$S_i(t + 1) = \sum_{j \in R} \Lambda_{ij} \cdot S_j(t) \quad (9)$$

Se observa que:

- La ecuación (9) se ajusta a la estructura de una cadena de Markov.
- La probabilidad de activación del semáforo prioritario es 1.
- El valor de la matriz de transición de un semáforo sobre sí mismo, $i = j \neq 0$, es nula.
- Las probabilidades de activación decrecen al aumentar el valor de i , es decir disminuyen las posibilidades según se alejan (en distancia y en número de semáforos) del VE.

Po tanto, para el instante $t + T$ los valores de probabilidad serán los siguientes:

$$\begin{aligned} S_1(t + T) &= \Lambda_{11} \cdot S_1(t + T - 1) \\ S_2(t + T) &= \Lambda_{21} \cdot S_1(t + T - 1) + \Lambda_{22} \cdot S_2(t + T - 1) \\ &\vdots \\ S_R(t + T) &= \Lambda_{R1} \cdot S_1(t + T - 1) + \Lambda_{R2} \cdot S_2(t + T - 1) + \dots + \Lambda_{RR} \cdot S_R(t + T - 1) \end{aligned} \quad (10)$$

Al dar valores a los pesos y calcular las probabilidades de activación a lo largo del tiempo, se observa que su evolución es muy acusada, es decir, los semáforos que están en el área de influencia del VE se activan muy rápidamente. Para contrarrestar este efecto hemos añadido una función de evolución, $\varphi(i, I)$, que determinará el tipo de curva que seguirá la activación de los semáforos de la región y, por tanto, la velocidad de activación de los semáforos. De esta forma, la ecuación de la probabilidad de estado de activación queda así:

$$S_i(t + 1) = \sum_{j \in R} \varphi(i, I) \cdot \Lambda_{ij} \cdot S_j(t) \quad (11)$$

Algunas funciones de evolución que aportan buenos resultados son:

Exponencial	Parabólico
$\varphi(i, I) = e^{-\frac{n_{II}}{2 \cdot t}}$	$\varphi(i, I) = -n_{II}^2$
$\varphi(i, I) = e^{-\frac{n_{II}}{4}}$	

Para reducir el cálculo podemos aplicar la propiedad de las cadenas de Markov dada en la ecuación (1) y, por tanto, la ecuación (10) se puede expresar de la siguiente forma:

$$S_i(t + T) = \Lambda_{ij}^N \cdot S_j(t) \quad \forall i, j \in R \quad (12)$$

De forma análoga, la ecuación (12) quedaría así:

$$S_i(t + T) = \varphi(i, I) \cdot \Lambda_{ij}^N \cdot S_j(t) \quad \forall i, j \in R \quad (13)$$

Las propiedades de estos procesos son que:

- La suma de las probabilidades de los estados es 1.
- La matriz de transición es cuadrada.
- Las probabilidades de transición están entre 0 y 1.

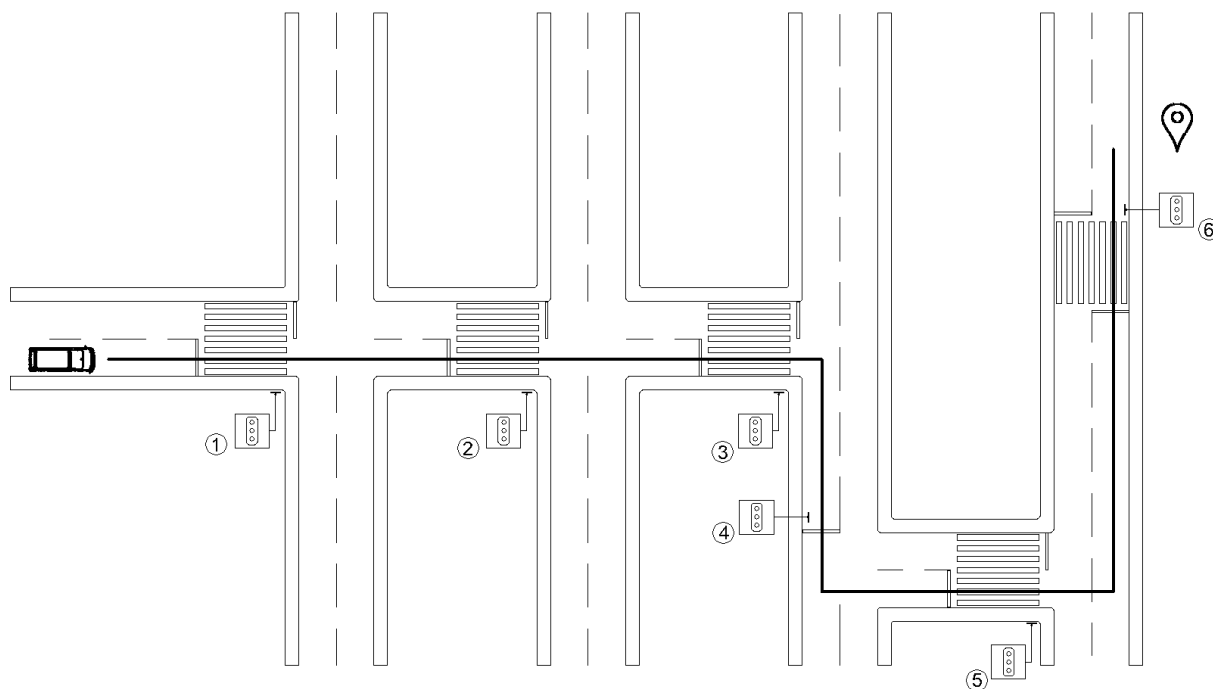
Las probabilidades de activación de los sucesivos instantes, se calcula como producto del estado inicial por la matriz de transición elevada por el paso o instante que se desea calcular. $P_N = P_{(N-1)} \cdot T = P_1 \cdot T^N$. Donde P es la probabilidad de activación de un determinado semáforo; N es el número de pasos posteriores al instante actual; y T es la matriz de transición.

Las ecuaciones (11) y (13) proporcionan la probabilidad de activación del estado de priorización de un determinado semáforo i . Para determinar si dicho semáforo se prioriza es necesario establecer un valor límite, δ . Si la probabilidad de activación S_i es superior al límite de probabilidad, δ , entonces el semáforo i se habilitará su estado de priorización. Por tanto, el límite de probabilidad determina el número de semáforos priorizados.

5. Caso de estudio

A continuación, aplicamos el modelo indicado a un ejemplo. La figura 3 muestra el esquema de varios tramos de carretera semaforizados y la ruta seguida por un VE hasta su destino. Suponemos que la distancia entre semáforos es de una unidad métrica. A partir de la densidad semaforica y vehicular de la zona consideramos que la región R debe incluir 4 semáforos.

Figura 3: Esquema de caso práctico



Consideramos la función de evolución dada por:

$$\varphi(i, I) = e^{-\frac{n_{II}}{4}}$$

Recordemos que el semáforo prioritario es el primer semáforo que se encuentra el VE en su ruta, en este ejemplo es el número 1. Dicho semáforo dejará de ser el prioritario cuando el VE pase por él. Además, reiniciaremos el instante considerado para los cálculos de los sucesivos estados. La unidad de tiempo tomada para realizar los cálculos puede ser segundos y sus múltiplos u otras opciones, como ciclos de cálculo del controlador.

Para iniciar los cálculos recordemos que la función de peso de activación w_{ij} viene por:

$$\begin{cases} w_{ij} = \frac{n_{ij} \cdot d_{ij}}{n_{II} \cdot d_{II}} \\ w_{11} = 1 \end{cases}$$

Iniciamos la secuencia. Para los semáforos 1, 2, 3 y 4 obtenemos esta matriz:

$$w_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1 & 4/9 & 1/9 & 0 \end{pmatrix}$$

Ahora normalizamos para calcular la función de peso normalizada, τ_{ij} , dada por la ecuación (6):

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4/5 & 1/5 & 0 & 0 \\ 9/14 & 4/14 & 1/14 & 0 \end{pmatrix}$$

A continuación, determinamos la matriz de transición de nuestra cadena de Markov, Λ_{ij} , definida por la ecuación (7).

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4/5 & 1/5 & 0 & 0 \\ 9/14 & 4/14 & 1/14 & 0 \end{pmatrix}$$

La ecuación (13) indica la expresión simplificada para calcular los sucesivos estados. Por tanto, la forma matricial de dicha ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} S_1(t+N) \\ S_2(t+N) \\ S_3(t+N) \\ S_4(t+N) \end{pmatrix} = \varphi(i, I) \cdot \begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \\ S_3(t+1) \\ S_4(t+1) \end{pmatrix}^N \cdot \begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ S_3(t) \\ S_4(t) \end{pmatrix}$$

Consideremos que el solo primer semáforo que se encuentra el VE está en verde (1, 0, 0, 0). Por tanto, obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ S_3(t) \\ S_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \\ S_3(t+1) \\ S_4(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'484 \\ 0'303 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+2) \\ S_2(t+2) \\ S_3(t+2) \\ S_4(t+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'578 \\ 0'424 \end{pmatrix}$$

Supongamos que en el instante $t + 3$ el VE pasa por el primer semáforo (1) y, por tanto, cambia el semáforo prioritario. En este caso el nuevo semáforo prioritario es el $i = 2$. La región, al contener a los siguientes 4 semáforos, se extiende hasta el semáforo $j = 5$.

El nuevo estado inicial es el final del semáforo prioritario anterior. El estado del nuevo semáforo a considerar ($j = 5$) lo suponemos desactivado. El efecto de la onda verde lo pondrá, o no, verde en función de su probabilidad y el valor del límite de estado de probabilidad. Además, reiniciamos los tiempos. De esta forma, obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ S_3(t) \\ S_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'578 \\ 0'424 \\ 0'222 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \\ S_3(t+1) \\ S_4(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'554 \\ 0'395 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+2) \\ S_2(t+2) \\ S_3(t+2) \\ S_4(t+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'578 \\ 0'427 \end{pmatrix}$$

Si en el instante $t + 3$ el VE pasa por el segundo semáforo (2), vuelve a cambiar el semáforo prioritario. En este caso el nuevo semáforo prioritario es el $i = 3$. La región, al contener a los siguientes 4 semáforos, se extiende hasta el semáforo $j = 6$. Los resultados que se obtienen con estos datos son:

$$\begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ S_3(t) \\ S_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'578 \\ 0'427 \\ 0'311 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \\ S_3(t+1) \\ S_4(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'801 \\ 0'592 \\ 0'438 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_1(t+2) \\ S_2(t+2) \\ S_3(t+2) \\ S_4(t+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'825 \\ 0'603 \\ 0'464 \end{pmatrix}$$

Este proceso continúa hasta que el VE pasa por el último semáforo de la ruta.

Como se observa, la convergencia de las probabilidades y , por tanto, el número de semáforos priorizados depende, en gran medida de la función de evolución.

Para establecer si un semáforo debe priorizarse, o no, comparamos los valores de probabilidades calculados con el límite de probabilidad, δ . Consideremos que $\delta = 0'6$, entonces cuando se activa la solicitud de priorización, por definición, el primer semáforo más cercano al VE activa el programa de priorización. En el primer paso de tiempo ($t + 1$) vemos que también se activaría el siguiente semáforo (2).

$$\begin{pmatrix} S_1(t+1) \\ S_2(t+1) \\ S_3(t+1) \\ S_4(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'484 \\ 0'303 \end{pmatrix}; \quad 0'778 \geq 0'6 \geq 0'484$$

En el siguiente instante, se mantienen priorizados los mismos semáforos.

$$\begin{pmatrix} S_1(t+2) \\ S_2(t+2) \\ S_3(t+2) \\ S_4(t+2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'778 \\ 0'578 \\ 0'427 \end{pmatrix}; \quad 0'778 \geq 0'6 \geq 0'578$$

En el cambio de semáforo prioritario, el primer semáforo (1) pasa a su programa normal de funcionamiento. La transición de despriorización, no se trata en esta comunicación.

$$\begin{pmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ S_3(t) \\ S_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0'578 \\ 0'427 \\ 0'311 \end{pmatrix}; \quad 0'6 \geq 0'578$$

El semáforo más cercano (2) se mantiene priorizado. Debe tenerse en cuenta que ahora S_1 se corresponde con el semáforo 2, el S_2 se corresponde con el semáforo 3 y así sucesivamente. La probabilidad de priorización del semáforo 3 es inferior al límite de priorización establecido, δ , y, por tanto, no se prioriza.

Este proceso es el mismo para cada instante.

6. Conclusiones y líneas futuras

El modelo propuesto permite desarrollar algoritmos, y programas informáticos, para la priorización de semáforos para VE de forma eficiente. Al utilizar matrices y operaciones simples, el coste computacional es muy bajo y es técnicamente viable para implementarse en controlares de tráfico.

En esta comunicación hemos definido la función de peso, w_{ij} , y, por tanto, la función de peso normalizada, τ_{ij} , con dos parámetros, n_{ij} y d_{ij} . Sin embargo, estas funciones se pueden definir dependiendo de la disponibilidad de información procedente de los semáforos y del entorno, como cámaras viales, radares, información procedente de vehículos, etc.

Hemos desarrollado un modelo para generar una onda verde en la ruta del VE. En futuros trabajos se plantea desarrollar un modelo para la gestión de los semáforos que dan acceso a los vehículos que se cruzan con la onda verde priorizada para evitar colisiones.

Aquí partimos de la premisa de que el VE tiene una ruta establecida, aunque ésta varíe durante su recorrido. Este supuesto es coherente con la mayoría de VEs, como ambulancias, autobuses y vehículos de bomberos, modernos. Sin embargo, es interesante, para futuras investigaciones, desarrollar un modelo para priorizar VEs sin ruta establecida. Esta situación puede darse en vehículos que no tengan un destino determinado, como en ciertas

circunstancias de los vehículos de policía, o cuando no se pueda o no se desee establecer una ruta.

7. Bibliografía

Cucker, F. & Smale, S. (2007). Emergent behavior in flocks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52 (5), 852-862.

Garcia-Nieto, J., Olivera, AC. & Alba, E. (2013). Optimal Cycle Program of Traffic Lights With Particle Swarm Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 17 (6), 823-839.

Habibi, M., Broumandnia, A. & Harounabadi, A. (2021). An intelligent traffic light scheduling algorithm by using fuzzy logic and gravitational search algorithm and considering emergency vehicles. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*, 11, 475-482.

Handscombe, J. & Yu, HQ. (2019). Low-cost and data anonymised city traffic flow data collection to support intelligent traffic system. *Sensors*, 19 (2).

Khan, A., Ullah, F., Kaleem, Z., Rahman, SU., Anwar, H. & Cho, YZ. (2018). EVP-STC: Emergency vehicle priority and self-organising traffic control at intersections using Internet-of-Things platform. *IEEE ACCESS*, 6, 68242-68254.

Li, ZC. & Ha, SY. (2015). On the Cucker-Smale flocking with alternating leaders. *Quarterly of Applied Mathematics*, 73 (4), 693-709.

Liu, ZD., Jia, HF., Wu, RY., Tian, JJ. & Wang, GF. (2022). IoV-based mathematic model for platoon give way to emergency vehicles promptly. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 23 (9), 16280-16289.

Mu, HB., Liu, LZ. & Li, XJ. (2018). Signal preemption control of emergency vehicles based on timed colored Petri nets. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2018, 7095485.

Osorio, C., Flötteröd, G. & Zhang, C. (2015). A Metamodel simulation-based optimization approach for the efficient calibration of stochastic traffic simulators. *Transportation Research Procedia*, 6, 213-223.

Papageorgiou, M., Mountakis, KS., Karafyllis, I., Papamichail, I. & Wang, YB. (2021). Lane-free artificial-fluid concept for vehicular traffic. *Proceedings of the IEEE*, 109 (2), 114-121.

Rosayyan, P., Subramaniam, S. & Ganesan, SI. (2021). Decentralized emergency service vehicle pre-emption system using RF communication and GNSS-Based geo-fencing. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 22 (12), 7726-7735.

Rosayyan P., Paul J., Subramaniam S. & Ilango, S. (2023). An optimal control strategy for emergency vehicle priority system in smart cities using edge computing and IOT sensors. *Measurement: Sensors*, 26, 100697.

Tashtoush, Y., Al-refai, M., Zaghal, N., Darweesh, D., Al-Refai, G. & Darwish, O. (2022). Dynamic traffic light system to reduce the waiting time of emergency vehicles at intersections within IoT environment. *International Journal of Computers Communications & Control*, 17 (3), 4482.

Tran, VT. & Tsai, WH. (2020). Acoustic-based emergency vehicle detection using convolutional neural networks. *IEEE Access*, 8, 75702-75713.

United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). *World Urbanization Prospects: The 2018 Revision (ST/ESA/SER.A/420)*. New York: United Nations.

Comunicación alineada con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

La mejora de la fluidez del tráfico durante el tránsito de los VEs contribuye a reducir las emisiones de gases contaminantes de los vehículos de combustión en las ciudades.

