

01-009

THE RELEVANCE OF ACTIVITY DURATION CORRELATIONS ON PROJECT RISK MANAGEMENT

Pajares, Javier ⁽¹⁾; Acebes, Fernando ⁽²⁾; Montero, Guillermo ⁽³⁾; Lopez-Paredes, Adolfo ⁽⁴⁾

⁽¹⁾ INSISOC-Universidad de Valladolid, ⁽²⁾ INSISOC-Universidad de Valladolid, ⁽³⁾ Universidad de Sevilla, ⁽⁴⁾ Universidad de Málaga

The academic literature has not properly addressed the correlation between project activities durations. The main reason is that some preliminary results show that these correlations do not significantly affect project duration or total cost. In this paper, we show that correlations can affect some project variables like activities' criticality or cruciality and, therefore, change how project control and monitoring processes are performed. We use Monte Carlo risk analysis to simulate the effects of correlations on project risk management.

Keywords: Monte Carlo simulation; activities' correlation; project risk management; criticality and cruciality

LA IMPORTANCIA DE LAS CORRELACIONES ENTRE LA DURACIÓN DE LAS ACTIVIDADES EN LA GESTIÓN DE RIESGOS DE PROYECTOS

La literatura académica no ha abordado suficientemente la importancia de la correlación entre la duración de las actividades de un proyecto. Probablemente, esto se debe a que los primeros trabajos sobre el tema concluyen que la correlación no tiene apenas influencia en la duración y el coste del proyecto. En este trabajo, mostramos como estas correlaciones pueden afectar a variables importantes como son la criticidad y la crucialidad, y por tanto, pueden afectar a cómo se plantean los procesos de monitorización y control de los proyectos. Utilizamos simulación de Montecarlo para estimar los efectos de las correlaciones en la gestión de riesgos de los proyectos.

Palabras clave: Simulación de Montecarlo; correlación entre actividades; gestión de riesgos de proyectos; criticidad y crucialidad

Agradecimientos: This research has been partially financed by the Regional Government of Castille and Leon (Spain) with Grant, reference VA180P20.



1. Introducción

La existencia de correlación entre las duraciones de las actividades del proyecto no ha sido considerada suficientemente en la literatura. La mayoría de los métodos de programación como CPM, PERT, y los métodos de gestión y simulación de riesgos consideran que las distribuciones de probabilidad entre las duraciones de las actividades (correlación entre las duraciones d_i, d_j de 2 actividades i, j) son independientes.

Sin embargo, en situaciones reales puede existir correlación significativa entre la duración de las actividades por diversos motivos, como riesgos externos que afecten a varias actividades (por ejemplo, fenómenos meteorológicos), peticiones de cambio por parte del cliente, efecto aprendizaje, el nivel de competencia del equipo de proyecto que realiza determinadas actividades, etc.

Van Dorp & Duffey (1999) alertaron de que la existencia de interrelaciones entre las actividades podía tener efectos significativos para su gestión, sobre todo en proyectos grandes. Fang & Marle (2012) mostraron que estas interacciones pueden afectar a los análisis de probabilidad-impacto en gestión de riesgos de proyectos, provocando que cambie la jerarquización en la relevancia de los riesgos y, por tanto, se deban alterar las estrategias de respuesta. Sin embargo, el tópico no ha dado lugar a una investigación intensiva, probablemente porque, como muestran trabajos como Wang & Demsetz (2000) o Yang (2007), la correlación entre las actividades apenas afecta a la duración total del proyecto.

En Pajares et al. (2022) se muestra con un ejemplo simple que las interrelaciones y consiguientes correlaciones entre las duraciones de las actividades sí que es relevante, pues puede afectar a indicadores de gestión de riesgos como la criticidad y crucialidad. Consecuentemente, puede ser importante a la hora de programar y monitorizar el proyecto, al cambiar las actividades sobre las que realizar un control específico (seguimiento de duración en actividades muy críticas y de variabilidad en las cruciales).

En esta comunicación vamos un paso más allá, explorando las relaciones funcionales de los estadísticos e indicadores de sensibilidad del proyecto con los valores de correlación entre la duración de las actividades. Y en base a estas relaciones funcionales, propondremos actuaciones para mejorar la gestión de riesgos y el control del proyecto. Utilizaremos el software de simulación de Montecarlo @Risk de Palisade.

Desde que en los años 60, Martin (1965) introdujera el concepto de criticidad, se han propuesto numerosos indicadores para medir la sensibilidad de las variables más importantes de un proyecto ante la variación de la duración de las actividades. Dadas las limitaciones del concepto de criticidad, Williams (1992) propuso el indicador de crucialidad, y desde entonces, han sido numerosas las propuestas de nuevos indicadores.

En nuestro trabajo nos vamos a centrar en métricas que han demostrado ser eficientes en trabajos de simulación extensos como Vanhoucke (2010) o Ballesteros-Pérez et al. (2019):

- *Critiicidad*: probabilidad de que una actividad forme parte del camino crítico.
- *Crucialidad*: correlación entre la duración de una actividad y la duración total del proyecto.
- *Schedule Sensitivity Index (SSI)*: Definido como:

$$SSI_i = CRI_i \frac{\sigma_i}{\sigma_{PD}} \quad (1)$$

En donde σ_i y σ_{PD} son, respectivamente, la desviación típica de la duración de la actividad i y la del proyecto

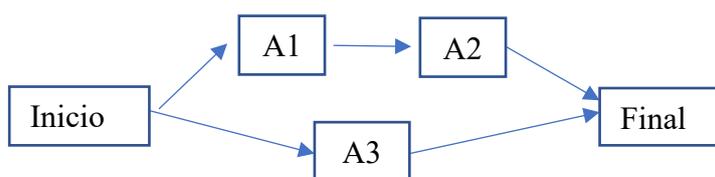
El resto de esta comunicación se estructura de la siguiente manera. En el apartado siguiente mostraremos los resultados obtenidos realizando simulaciones de Montecarlo en un ejemplo sencillo, lo que nos permitirá, en un apartado posterior formular unas primeras hipótesis acerca de las relaciones funcionales y sus consecuencias en la gestión del proyecto. Finalizaremos con las conclusiones más importantes.

2. Relaciones entre indicadores de sensibilidad y correlación.

Para mostrar los resultados de nuestro trabajo utilizaremos el proyecto cuyas actividades y red se muestran en la figura 1, y que ya fue utilizada en Pajares et al. (2022). Por simplicidad, hemos considerado que la duración de las actividades sigue distribuciones normales, cuya media y varianza se especifica en la figura. Hemos buscado un proyecto lo más simple posible, pero que al mismo tiempo proporcione “riqueza” de posibles caminos críticos. Bajo condiciones de certeza, el camino crítico estaría constituido por las actividades A1-A2, con una duración de 8,5 unidades de tiempo.

En Pajares et al. (2022).se simulaban distintos escenarios sin correlación y con un valor de correlación positiva entre las distintas combinaciones de 2 de las 3 actividades del proyecto. Las simulaciones mostraban que la existencia de correlaciones entre actividades no alteraba significativamente su criticidad, pero podía cambiar la varianza de la duración total. Pero, más relevante, la correlación afectaba a la estructura de crucialidades, provocando que actividades que en escenarios de no correlación no eran cruciales, pasasen a serlo en condiciones de correlación, independientemente de que las actividades correlacionadas perteneciesen o no al mismo camino.

Figura 1: Red de proyecto y distribuciones de probabilidad de las actividades



Actividad	Precedentes	Media (μ)	σ
A1	--	3	0,5
A2	A1	5,5	1
A3	--	8	0,5

En esta comunicación vamos un paso más, y realizamos multitud de simulaciones para distintos niveles de las correlaciones 2 a 2 entre las duraciones de las actividades. En concreto, variando el valor de $\rho(A_i:A_j)$ desde -0,8 a +0,8, tomando valores a intervalos de 0,2

unidades. Hemos utilizado el software @Risk de Palisade, utilizando 10000 iteraciones en cada simulación.

2.1 Análisis de los índices de sensibilidad ante la variación de las correlaciones.

En la figura 2 hemos representado los tres escenarios tomando correlaciones 2 a 2, es decir, ρ_{12} , ρ_{13} y ρ_{23} . Para cada escenario de correlación, mostramos los valores de criticidad y SSI de cada actividad (eje de ordenadas) para distintos niveles de correlación entre -0,8 y +0,8 (eje de abscisas). Como se indica en la parte inferior de la figura, las gamas de colores indican las actividades (A1 azules; A2 naranjas y A3 verdes), mientras que el tipo de línea hace referencia al escenario de simulación considerado. Así, por ejemplo, las líneas verdes de puntos hacen referencia a valores de criticidades o SSI de la actividad A3, en el escenario en que se contempla la existencia de correlación entre las actividades A1 y A3. También, por ejemplo, las líneas azules continuas hacen referencia a la actividad A1, en el escenario en el que existe correlación entre A1 y A2. Nótese que en la gráfica de criticidad solo aparecen marcadas los valores naranjas (A2) y verdes (A3). Esto es así porque A1 y A2 pertenecen al mismo camino crítico, y por lo tanto sus gráficas de criticidad coinciden y se solapan.

Observamos que los valores de criticidad son bastante estables independientemente del escenario y de los valores de correlación entre variables. Las criticidades de A1 y A2 son siempre muy superiores a la de A3. El SSI sí que discrimina la importancia relativa de A2 sobre A1, aunque los bajos valores de este último no sugerirían un esfuerzo especial de control, debido a que, salvo para valores de correlación negativos, los valores de SSI de la actividad A1 están por debajo de 0,5.

Para los distintos escenarios de correlación, los valores de SSI permanecen bastantes estables independientemente del valor de la correlación, exceptuando los valores de SSI de las actividades A1 y A2 en el escenario en el que ambas están correlacionadas. En este caso, un incremento de la correlación $\rho(A_1:A_2)$ conlleva disminuciones en el valor de SSI. Esto puede indicar que SSI pierde su capacidad para detectar la necesidad de mayor control (en el sentido de Vanhoucke (2011)) a medida que la correlación sube.

En la figura 3 podemos ver los valores de las crucialidades en los distintos escenarios, en función de los valores de la correlación entre actividades. Dado que no detectamos diferencias relevantes entre la crucialidades calculadas utilizando el coeficiente de correlación de Pearson y el de Spearman, por simplicidad, solo representaremos los valores de la primera.

Los valores de crucialidad de A2 son siempre los más altos en cualquiera de los escenarios, y no son sensibles de forma relevante a los valores de la correlación. No obstante, hay una tendencia a que en los escenarios en los que la actividad A2 está correlacionada con otras, la crucialidad sea ligeramente mayor.

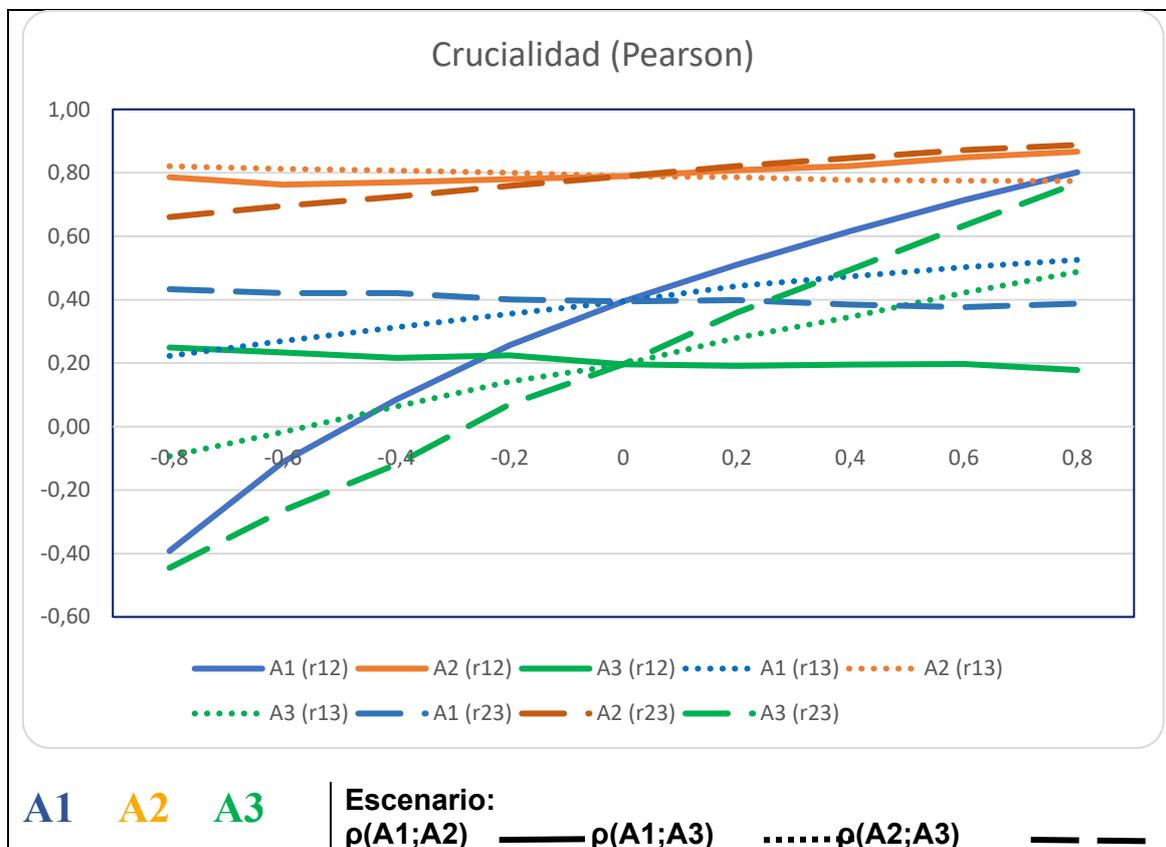
Observamos que en los escenarios en los que una actividad no está correlacionada con ninguna otra, el valor de crucialidad es prácticamente independiente del valor de la correlación que afecte al resto de las actividades. Así, son prácticamente horizontales las curvas de crucialidad de la actividad A3, en el escenario de correlación $\rho(A_1:A_2) \neq 0$ (línea verde sólida), así como la crucialidad de la actividad A1 en el escenario de correlación $\rho(A_2:A_3) \neq 0$ (línea azul de trazos largos).

Figura 2: Criticidad y SSI de los escenarios de correlaciones 2 a 2.



Por el contrario, en los escenarios en los que la actividad está correlacionada con otra, los valores de crucialidad tienden a aumentar con el valor de la correlación. El efecto es mayor (pendiente de las curvas más grande) en los escenarios en los que se correlaciona con A2, que era la actividad con mayor crucialidad en escenarios sin correlación. De esta forma, podemos comprobar cómo las curvas con mayor pendiente son las que corresponde a la crucialidad de la actividad A1 en el escenario $\rho(A_1;A_2) \neq 0$ (línea azul continua) y la crucialidad de la actividad A3 en el escenario $\rho(A_2;A_3) \neq 0$ (línea verde de trazos largos).

Figura 3: Valores de crucialidad en los distintos escenarios con correlación 2 a 2.

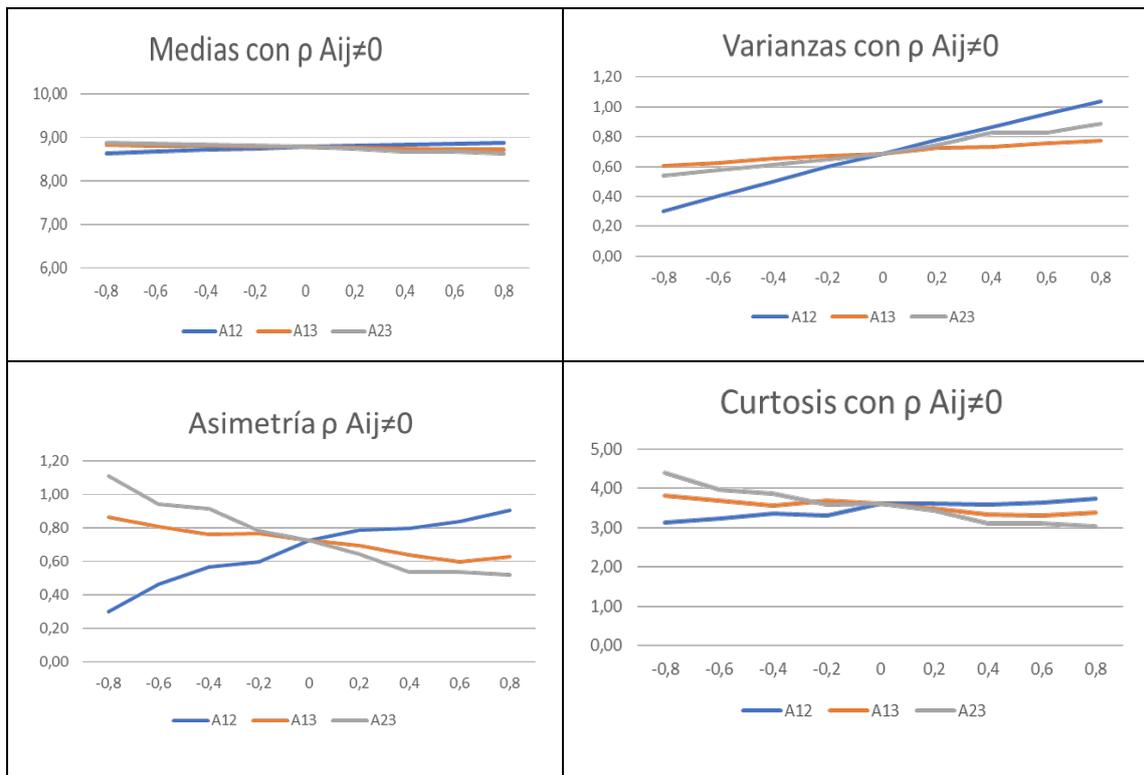


2.2 Comportamiento de estadísticos de duración total del proyecto

En la figura 4. mostramos la evolución de los principales estadísticos de la duración total del proyecto en los 3 escenarios considerados, para distintos niveles de la correlación de las variables.

Los resultados más relevantes son que las medias de la duración media del proyecto apenas se ven alteradas por la existencia de correlación entre las variables. Sin embargo, no ocurre lo mismo con las varianzas, pues valores más altos de correlación conllevan incrementos en la varianza de la duración del proyecto en todos los escenarios, especialmente en el escenario $\rho(A_1;A_2) \neq 0$, es decir, en aquel que implica la correlación entre las dos actividades del mismo camino crítico. Consecuentemente, podemos decir que la existencia de correlaciones no afecta su duración esperada, pero tiende a aumentar el riesgo del proyecto.

Figura 4: Principales estadísticos de duración del proyecto. Correlaciones 2 a 2..



En cuanto a los valores de asimetría y curtosis, el efecto de las correlaciones depende del escenario considerado. En el escenario $\rho(A_1:A_2) \neq 0$, el incremento de la correlación se traduce en aumento de la asimetría hacia la izquierda, así como un ligero incremento del apuntalamiento. Pero en los escenarios $\rho(A_1:A_3) \neq 0$ y $\rho(A_2:A_3) \neq 0$ el sentido de las variaciones es justamente el contrario.

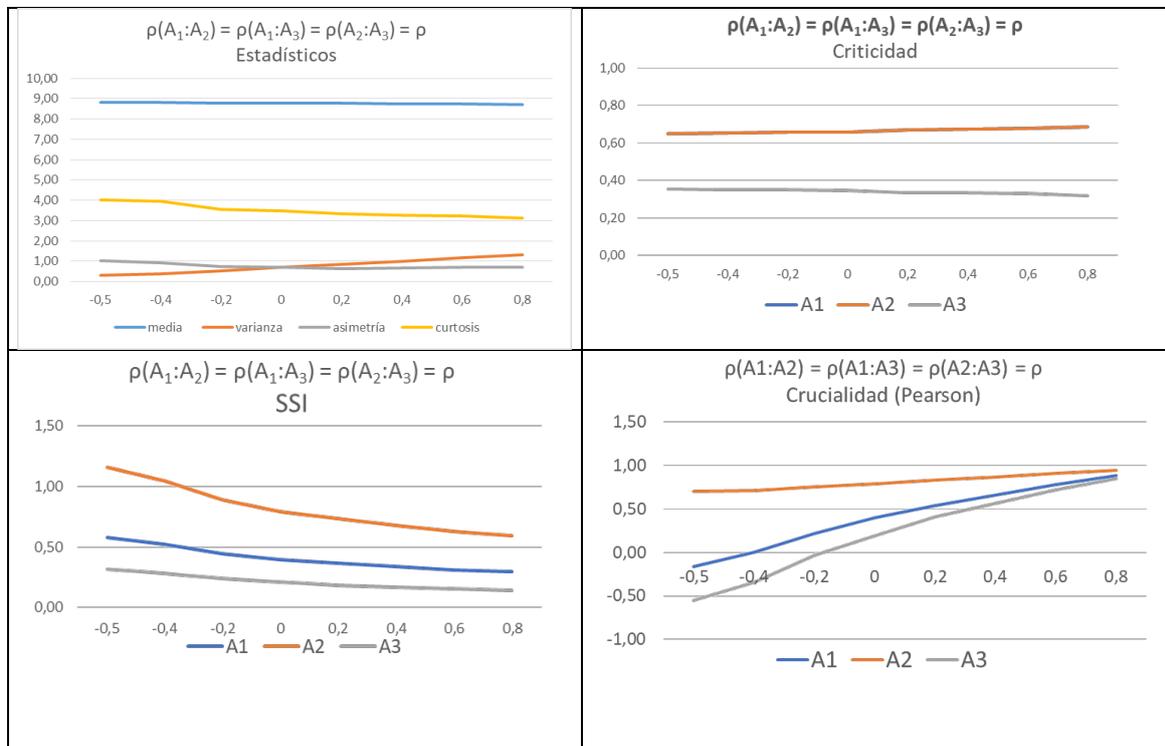
2.3 Escenario con correlación entre las 3 actividades. $\rho(A_1:A_2) = \rho(A_1:A_3) = \rho(A_2:A_3) = \rho$

Por último, hemos realizado simulaciones de Montecarlo en un nuevo escenario en el que las 3 posibles correlaciones 2 a 2 tienen un mismo valor. Los resultados se muestran en la figura 5. Nótese que, en este caso, no consideramos correlaciones negativas por debajo de niveles de -0,5, pues valores iguales más bajos conducirían a matrices de correlación incoherentes. Esto es así porque cuando se consideran correlaciones entre más de 2 variables, puede haber restricciones entre los valores adoptados. Por ejemplo, si una actividad A está muy correlacionada con otra actividad B, y B está muy correlacionada con una tercera actividad C, no tendría sentido que A y C no estuviesen “nada” relacionadas. Se demuestra matemáticamente que, para que haya coherencia, la matriz de correlaciones debe ser semidefinida positiva (todos sus autovalores mayores o iguales que 0).

Las conclusiones generales en este caso son coherentes con los resultados obtenidos en los escenarios anteriores. La variación en el valor de correlación (en este caso entre las tres actividades) no afecta a la duración media del proyecto ni a la criticidad de las actividades. Pero sí que provoca incrementos en la varianza total del proyecto y en la crucialidad, en este caso, de las 3 actividades (todas están correlacionadas con todas). Los valores de SSI

descienden ligeramente, pero no se alteran las decisiones de intensificar el control con respecto a las derivadas de la consideración de criticidad y crucialidad.

Figura 5. Escenario con correlaciones entre todas las actividades.



3. Formalización de las relaciones y recomendaciones de gestión.

Sobre la base del ejemplo exploratorio anterior, podemos inducir un conjunto de relaciones funcionales, que se convertirán en las hipótesis a testar en los siguientes trabajos de investigación:

1. La existencia de correlaciones entre las duraciones de las actividades no afecta de forma relevante a las criticidades de las actividades.

$$CRI(A_j) \neq f(\rho(A_i; A_j)) \quad \forall i, j \quad (2)$$

Siendo $E()$ el operador de esperanza matemática y DP la duración del proyecto.

2. La existencia de correlaciones positivas (*negativas*) entre las duraciones de 2 actividades aumenta (*disminuye*) la crucialidad de las actividades implicadas en la correlación. El

incremento de la crucialidad es mayor, para aquellas actividades que están correlacionadas con aquellas que tienen, a su vez, mayor valor de crucialidad.

$$\Delta\rho(A_i; A_j) \Rightarrow \begin{cases} \Delta CRU(A_i) \\ \Delta CRU(A_j) \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{\partial CRU(A_k)}{\partial \rho(A_k; A_j)} \uparrow\uparrow, \text{ si } CRU(A_j) \text{ es grande} \quad (4)$$

3. La existencia de correlaciones no afecta significativamente a la duración esperada del proyecto, pero si puede influir en su varianza, sobre todo si están correlacionadas dos actividades que pertenecen al mismo camino crítico.

$$E(DP) \neq f(\rho(A_i; A_j)) \quad \forall i, j \quad (5)$$

$$\Delta\rho(A_i; A_j) \Rightarrow \Delta\sigma_{DP}^2, \text{ relación mayor si } A_i, A_j \in \text{ mismo CC} \quad (6)$$

En la práctica, puede ser difícil estimar las correlaciones entre actividades estimando un valor concreto. Pero el equipo de gestión del proyecto puede reflexionar acerca de la existencia de dichas correlaciones y estimar en qué casos pueden ser relevantes.

Por ello sugerimos el seguir el siguiente procedimiento:

1. Realizar el análisis cuantitativo de riesgos habitual, y obtener una primera imagen sobre criticidades, SSI y crucialidades. Determinar cuáles son las actividades más relevantes en este escenario.
2. El equipo de gestión de proyectos debe plantearse si pueden existir correlaciones entre las actividades obtenidas en el punto anterior y el resto de las actividades del proyecto.
3. Debe ponerse un mayor énfasis en el control y monitorización tanto de las actividades obtenidas en el punto 1 (procedimiento tradicional), como en el punto 2..
4. Adicionalmente, se puede realizar una *gestión activa*, intentando *forzar* o *desactivar* correlaciones.

Hay que resaltar que esta investigación representa simplemente un primer ejercicio de indagación sobre el papel de la correlación entre actividades en los indicadores de sensibilidad del proyecto. Por ello, un siguiente paso necesario consiste en sistematizar mediante software los procesos de simulación, para así poder programar un conjunto escenarios que cubran de forma estructurada el mayor número posible de situaciones en proyectos complejos. Los desarrollos actuales en el software MCSimulRisk© por parte del Grupo de Investigación INSISOC va en esa línea. Además, un paso posterior, permitirá simular la evolución temporal

de proyectos completos en los que el equipo de gestión tome decisiones en función de los procesos aquí sugeridos en los puntos anteriores, validando así su utilidad.

4. Conclusiones y futuras extensiones.

En esta comunicación hemos mostrado que la existencia de correlaciones entre las duraciones de las actividades de un proyecto puede afectar a su variabilidad y a la crucialidad de algunas de sus actividades. Por ello, cuando se estima que las correlaciones no son despreciables, debe realizarse un análisis más profundo, con objeto de ver qué actividades se ven afectadas, y consecuentemente, sobre qué actividades debe realizarse un mayor esfuerzo de control de su duración y varianza.

Hemos trabajado sobre un primer ejemplo exploratorio, y en base a las simulaciones de Montecarlo sobre distintos escenarios, hemos propuesto una serie de relaciones funcionales que ligan la variación de valores como la duración y varianza del proyecto, y los indicadores de sensibilidad como SSI, crucialidad y criticidad, con los valores de correlación entre las actividades.

Consecuentemente, las conclusiones están en gran parte ligadas a la topología de la red, y a las funciones de distribución utilizadas en el ejemplo. Pero estas relaciones funcionales se convertirán en las hipótesis a validar en futuras investigaciones.

En concreto, en la actualidad, estamos extendiendo nuestro trabajo para analizar proyectos con redes mucho más complejas, tanto en el número de actividades, como en las combinaciones serie-paralelismo. También estamos explorando la posible influencia de considerar otras distribuciones de probabilidad para la duración de las actividades distinta a la normal. Así mismo, estamos dando los primeros pasos para analizar un proyecto real, en donde aplicar las directrices de gestión desarrolladas en este trabajo.

5. Referencias

- Ballesteros-Pérez, P., Cerezo-Narváez, A., Otero-Mateo, M., Pastor-Fernández, A., & Vanhoucke, M. (2019). Performance comparison of activity sensitivity metrics in schedule risk analysis. *Automation in Construction*, 106, 102906. <https://doi.org/10.1016/J.AUTCON.2019.102906>
- Fang, C., & Marle, F. (2012). A simulation-based risk network model for decision support in project risk management. *Decision Support Systems*, 52(3), 635–644. <https://doi.org/10.1016/J.DSS.2011.10.021>
- Martin, J. J. (1965). Distribution of the Time Through a Directed, Acyclic Network. *Operations Research*, 13(1). <https://doi.org/10.1287/opre.13.1.46>
- Pajares, J., Acebes, F., Poza, D., Martín-Cruz, N., & Lopez-Paredes, A. (2022). Managing Project Complexity. Contributions from Systems Thinking | Gestión de la Complejidad en Proyectos. Aportaciones desde el Pensamiento Sistémico. *Proceedings from the International Congress on Project Management and Engineering, 2022-July*, 118–129.
- Van Dorp, J. R., & Duffey, M. R. (1999). Statistical dependence in risk analysis for project networks using Monte Carlo methods. *International Journal of Production Economics*, 58(1), 17–29. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(98\)00081-4](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(98)00081-4)

- Vanhoucke, M. (2010). Using activity sensitivity and network topology information to monitor project time performance. *Omega*, 38(5), 359–370. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.10.001>
- Vanhoucke, M. (2011). On the dynamic use of project performance and schedule risk information during project tracking. *Omega*, 39(4). <https://doi.org/10.1016/j.omega.2010.09.006>
- Wang, W.-C., & Demsetz, L. A. (2000). Application Example for Evaluating Networks Considering Correlation. *Journal of Construction Engineering and Management*, 126(6). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9364\(2000\)126:6\(467\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9364(2000)126:6(467))
- Williams, T. M. (1992). Criticality in Stochastic Networks. *The Journal of the Operational Research Society*, 43(4). <https://doi.org/10.2307/2583158>
- Yang, I. T. (2007). Risk modeling of dependence among project task durations. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22(6). <https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.2007.00497.x>

Comunicación alineada con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

