

09-037

A NEW APPROACH TO TEACHING IN STRUCTURAL ANALYSIS

Gimena Ramos, Faustino N. (1); Valdenebro García, José Vicente (1); Gonzaga Vélez, Pedro (1); Goñi Garatea, Mikel (1)

(1) Universidad Pública de Navarra

This article presents a conceptual scheme of a Structural Analysis model, object of research, which aims to integrate the concepts and activities of design, calculus and structural verification in the architectural and engineering project process. The verification of structural safety, rigidity and stability must be precise and immediate. Mathematical and technical knowledge and the use of applied tools should not add intellectual effort to the project process. The calculus and verification must entail accuracy, automation and immediacy in the treatment and application of results. It is possible to integrate the structural calculus in the complex project activity without interfering by systematically organizing the data that the preliminary design provides, expressing mathematically the principles and simplifying hypotheses, and extracting from the model by means of the calculus, values for the structural verification as directly as possible. This global approach to the study of the structures applicable in structural engineering is considered suitable for teaching.

Keywords: Structural teaching; Structural analysis; Structural engineering; Effect on the section; Support

UN NUEVO ENFOQUE PARA LA DOCENCIA DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Este artículo presenta un esquema conceptual de un modelo de Análisis Estructural, objeto de investigación, que tiene como objetivo integrar los conceptos y actividades de diseño, cálculo y verificación estructural en el proceso de proyecto de arquitectura e ingeniería. La verificación de la seguridad, rigidez y estabilidad estructural debe ser precisa e inmediata. El conocimiento matemático y técnico y el uso de herramientas aplicadas no deben agregar esfuerzo intelectual al proceso del proyecto. El cálculo y la verificación deben conllevar precisión, automatización e inmediatez en el tratamiento y aplicación de los resultados. Es posible integrar el cálculo estructural en la actividad del proyecto complejo sin interferir organizando sistemáticamente los datos que proporciona el diseño preliminar, expresando matemáticamente los principios y simplificando las hipótesis, y extrayendo del modelo por medio del cálculo, valores para la verificación estructural lo más directamente posible. Este enfoque global del estudio de las estructuras aplicable en ingeniería estructural se considera adecuado para la docencia.

Palabras clave: Docencia estructural; Análisis estructural; Ingeniería de estructuras; Efecto en la sección; Sustentación

Correspondencia: Faustino Gimena Ramos. Correo: faustino@unavarra.es



©2022 by the authors. Licensee AEIPRO, Spain. This article is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. Introducción

Toda reflexión sobre la finalidad y el significado de las obras construidas, encuentra como primer obstáculo a resolver, la relación dialéctica existente entre las ideas de forma y materia. La condición material de la arquitectura, que se manifiesta en unas formas construidas, interpela al proyectista a cerca de su naturaleza y origen (Engel, 1967; Millais, 2005). Esta idea interpretativa esencial no pretende establecer otro, nuevo o viejo, discurso sobre la forma, sino apuntar argumentos que contribuya a religar los conceptos de arte y técnica, habituales en el hacer de la arquitectura y la ingeniería estructural. Valores contrapuestos y ambivalentes tales como gravedad frente a ingravidez, tensión contenida, concentrada o repartida, peso y medida, etc., han sido utilizados en la arquitectura con voluntad expresiva (Torroja, 1957). Estructuralmente, el material recrea la naturaleza en cuanto a sus leyes físicas más elementales, controladas por el acto de diseñar.

El proceso de ideación, al que se incorporan progresivamente múltiples conocimientos tecnológicos, se concreta y se comunica mediante el proyecto constructivo. Dentro de ese proceso, la necesidad de la comprobación o verificación de la estructura mediante el cálculo no es nueva ni supone ninguna ruptura con el pasado. Continúa la línea de pensamiento de proyecto que relaciona las formas con lo tensional. Los sistemas materiales de tensiones devienen formas. Lo estable y deformable es lo que permanece porque se adapta, soportando una cierta tensión sin fractura o colapso, gracias al material. La forma que deriva de una cierta función resistente es la línea que delimita un material representando un cierto esfuerzo. Estas reflexiones en torno al cálculo pretenden mantenerse cercanas a la raíz originaria de la técnica que une al artífice con su propio arte.

Partiendo de la función predictiva del cálculo, conocer cómo se va a comportar un material estructural frente a las acciones, previamente a la obra, es necesario al proyectar, la aplicación de teorías y métodos propios de la ciencia. Confluyen por tanto en el Análisis Estructural (parte del proceso de proyecto que comprende el diseño, cálculo y verificación o comprobación de la estructura y permite establecer las condiciones de idoneidad de la misma respecto a su cometido o finalidad constructiva) y en sus procedimientos de cálculo, la actividad de proyectar (relacionada con las nociones generales de necesidad y creatividad propias de la arquitectura y la ingeniería) y la actividad de investigar (como ejercicio sistemático de la razón que construye y aplica las matemáticas y otras ciencias). Al proyectar, la comprobación de la seguridad, rigidez y durabilidad exigibles a cada elemento resistente de una estructura, debiera ser precisa, inmediata y sencilla (Lahuerta, 1985).

Los Modelos de Análisis Estructural formulan y resuelven el problema consistente en la determinación de las tensiones y deformaciones generadas por las acciones en cualquier punto de la estructura, como valores útiles para el dimensionado de cada uno de los elementos resistentes que la conforman (Leontovich, 1959; Tuma and Munshi, 1971; Williams and Ostwald, 2015). No deben ser necesarios durante el cálculo más datos que los derivados de las condiciones formales y materiales del diseño, junto a las consideraciones estadísticas y normativas propias del sistema de acción y del material.

A su vez, tanto los conocimientos técnicos y científicos, como los instrumentos necesarios para abordar el cálculo no deben suponer un esfuerzo intelectual o formativo añadido al proceso de diseño. La idoneidad de los procedimientos a emplear debe traducirse en exactitud, programabilidad informática e inmediatez de comunicación. El problema resistente y su solución deben ser representables gráficamente. En definitiva, el método de análisis y cálculo estructural que se emplee debe ser capaz de integrarse como una parte más de la actividad creativa y compleja de proyecto sin interferirlo.

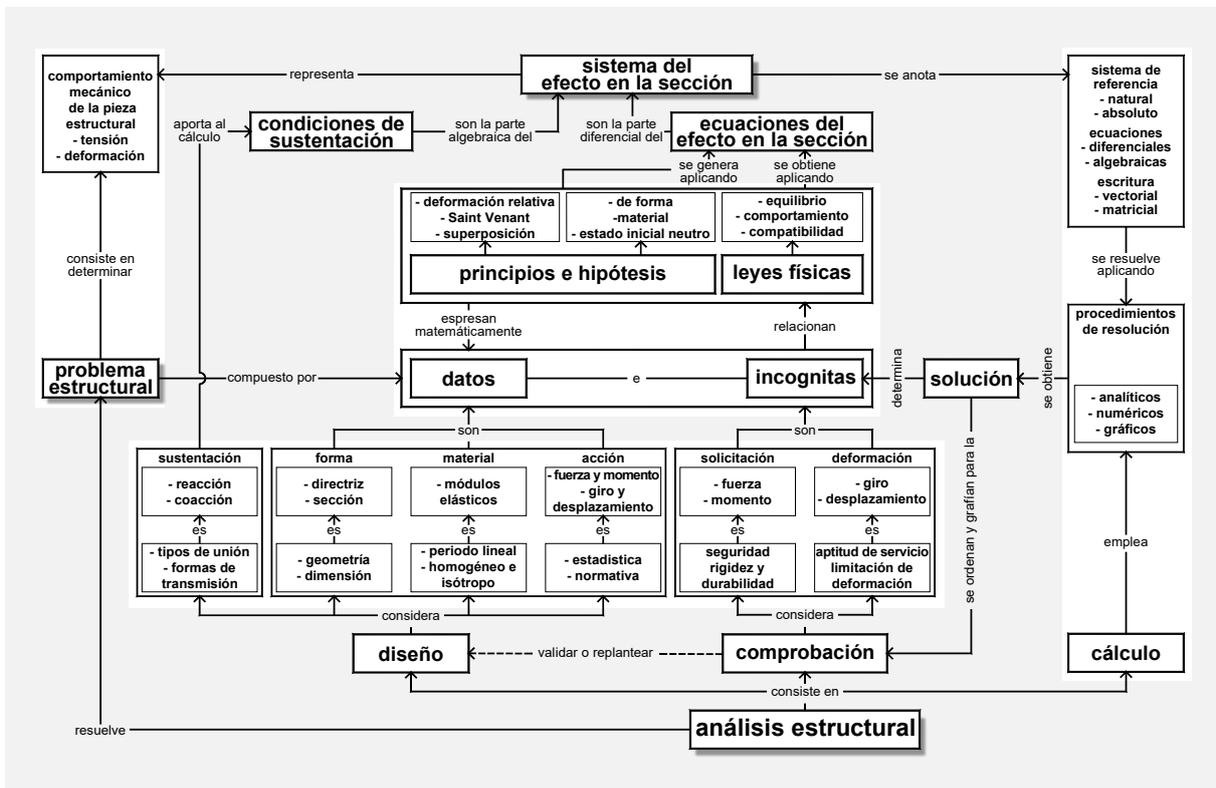
Esta visión ideal del cálculo estructural será posible si se organiza de forma sistemática la información previa a manejar (datos), si los principios e hipótesis son capaces de traducirse

en un modelo de comportamiento mecánico (formulación), y si se pueden extraer de dicho modelo valores útiles para el dimensionado (resultados). A este planteamiento global de estudio de las estructuras, en el que proyecto e investigación se fusionan, se denomina aquí Modelo Sistemático de Análisis Estructural (Gonzaga y Gimena, 1998). Mediante esta investigación se pretende innovar en el aprendizaje de esta materia de forma natural (Salinas, 2008). Este Modelo representa un ejemplo en el que la innovación se sustenta en la investigación.

2. Modelo Sistemático de Análisis Estructural

El esquema conceptual presentado en la figura 1 sintetiza el conjunto de conceptos y relaciones que configuran el modelo de análisis que se describe. Hay que saber que la técnica de los mapas conceptuales es una herramienta útil para ayudar al aprendizaje de teorías científicas y se emplea como recurso para la enseñanza y para la comunicación de conocimiento científico (Aguilar, 2006), existiendo numerosa literatura sobre su concepción (Novak, 1998; 2002; Cárcel, 2016).

Figura 1: Esquema conceptual del Modelo de Análisis Estructural Sistemático



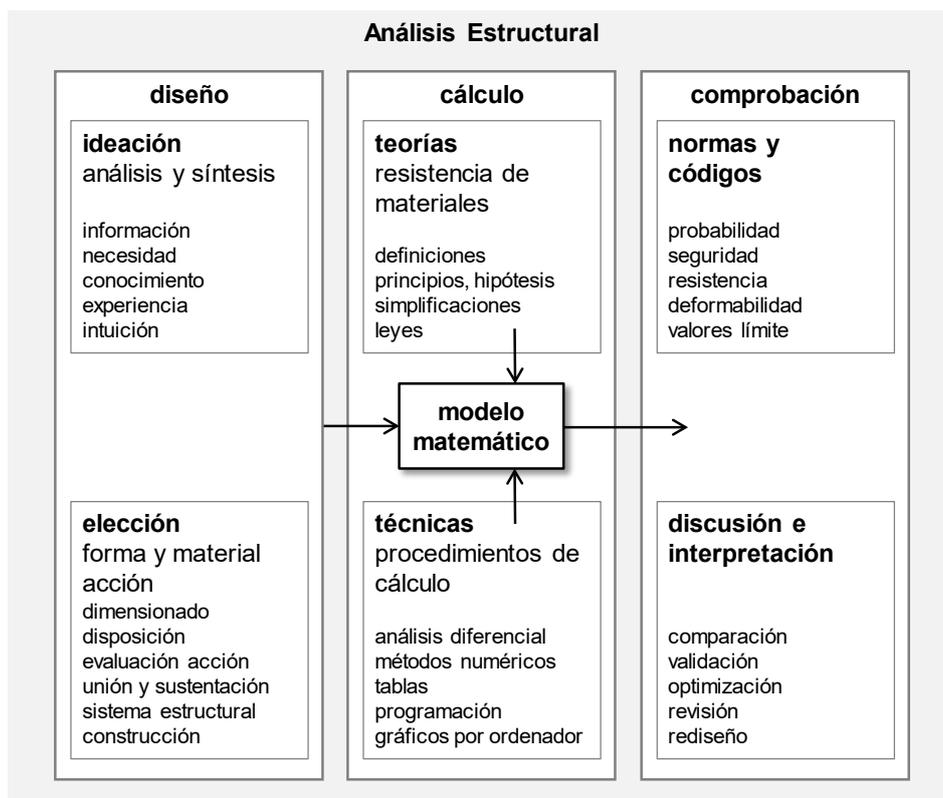
Cuando el objeto de análisis es la estructura conformada por piezas estructurales, se parte de los principios e hipótesis que se admiten en Resistencia de Materiales (Timoshenko, 1957). Pieza estructural es la que tiene dos dimensiones pequeñas en comparación con la tercera, es generada por una sección plana cuyo baricentro recorre todos los puntos de una línea directriz, cumpliendo unas condiciones: la sección se mantiene en el recorrido normal a la línea directriz, la forma de la sección puede ser variable en el recorrido, y la dimensión mayor

de la sección es menor que un cuarto de la longitud de la directriz. Este tipo de elemento resistente lineal es el más habitual en estructuras de edificación convencionales.

Primeramente, se traducen los datos e incógnitas del Problema Estructural a su expresión matemática. El Problema Estructural es objeto del Análisis Estructural cuya solución consiste en la determinación de las tensiones y movimientos generados por las acciones, como valores útiles para el dimensionado de un elemento constructivo en la fase de proyecto en la que se comprueba que lo diseñado, resiste y se deforma en condiciones admisibles de seguridad, rigidez y durabilidad. Seguidamente, mediante la geometría y el análisis diferencial, aplicando las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad, se formulan ecuaciones y sistemas de ecuaciones que contienen el conjunto de los datos e incógnitas del problema, y las relaciones entre los mismos.

Estas expresiones matemáticas constituyen el modelo de comportamiento mecánico que representa la estabilidad de cada elemento resistente y de la estructura, cuando en su interior se generan fuerzas y movimientos debidos a las acciones que se ejercen sobre ella. Las ecuaciones se resuelven aplicando procedimientos analíticos (valores exactos) o numéricos (valores aproximados y útiles en la práctica). Siempre es necesario aplicar las condiciones de sustentación para determinar la solución que hace estable a cada elemento resistente que conforma la estructura. La construcción sistemática de este Modelo de Análisis Estructural (ver figura 2) se apoya en el estudio crítico del conjunto de las teorías, técnicas y aplicaciones que lo integran.

Figura 2: Diseño, cálculo y comprobación



Teorías. Definiciones, principios e hipótesis

El trabajo investigador parte de las definiciones que habitualmente se emplean para expresar verbal y matemáticamente los conceptos estructurales. Abarca este estudio, los componentes formales y materiales de las estructuras, los principios e hipótesis aplicables en la Teoría de

la Elasticidad y en Resistencia de Materiales, y otros aspectos necesarios en la abstracción y expresión de cada problema estructural (Love, 1944).

Teorías. *Expresiones*

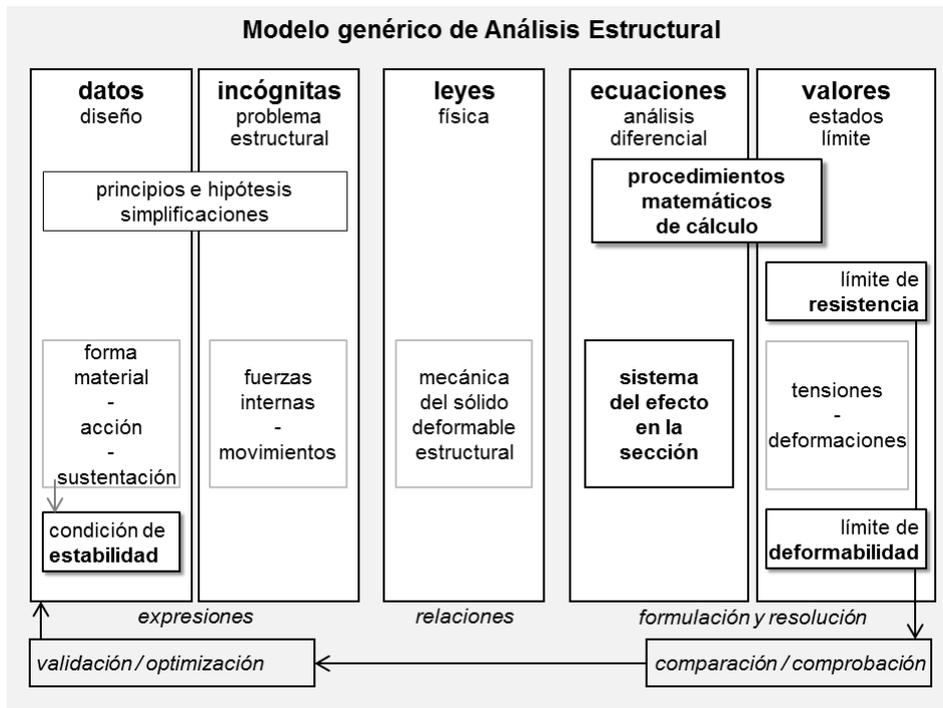
La relectura y reescritura de las definiciones, y de los principios e hipótesis de partida, permite traducir directamente a su expresión matemática, gráfica y simbólica, las condiciones formales y materiales de la estructura, el sistema de acciones que sobre ella se ejerce, los efectos (solicitaciones y deformaciones) que esta sufre, y las condiciones de sustentación de la misma, bajo las simplificaciones admitidas.

Las fuerzas internas y externas, los movimientos, las acciones y los efectos a evaluar y expresar, son de naturaleza tensorial y vectorial. Resulta necesario referir dichas magnitudes a determinado sistema ortonormal. Para la comprobación de resistencia, la acción y el efecto se proyectan sobre los ejes del triedro intrínseco asociado a cada punto de la directriz de la pieza. En cambio, para la comprobación de la estabilidad y la deformación, estos vectores se proyectan sobre los ejes de un triedro ortonormal arbitrario, elegido según la disposición de la estructura y la forma de sus piezas. Las reacciones y las coacciones se proyectan sobre los ejes propios de la sustentación. Estos ejes se eligen según el tipo de unión y la forma de transmisión de acciones que se haya diseñado. La existencia de diferentes sistemas de referencia hace necesario el empleo de matrices de cambio y otros procedimientos matemáticos de relación y acuerdo entre ellos.

Teorías. *Leyes y formulaciones*

La aplicación directa de las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad sobre las expresiones anteriores, empleando la geometría y el análisis matemático, se concreta en una formulación diferencial. En el caso del elemento resistente lineal, mediante el análisis diferencial en la directriz, se obtienen las ecuaciones de fuerzas, momentos, giros y desplazamientos, como incógnitas dependientes de la variable arco (ecuaciones del efecto en la sección). Los tipos de unión y las formas de transmisión de acciones, se traducen en las ecuaciones algebraicas que representan el equilibrio y la compatibilidad entre los vectores actuantes en los extremos de la pieza (condiciones de sustentación).

Figura 3: Comportamiento mecánico y modelo de análisis



Al anotar conjunta y ordenadamente todas estas ecuaciones (diferenciales y algebraicas) se obtiene el Sistema del Efecto en la Sección, que representa el comportamiento mecánico de la pieza estructural (ver figura 3). Como extensión del modelo, la Ecuación de la Estructura es el conjunto de los Sistemas del Efecto en la Sección de cada una de sus piezas.

Técnicas. *Procedimientos de cálculo*

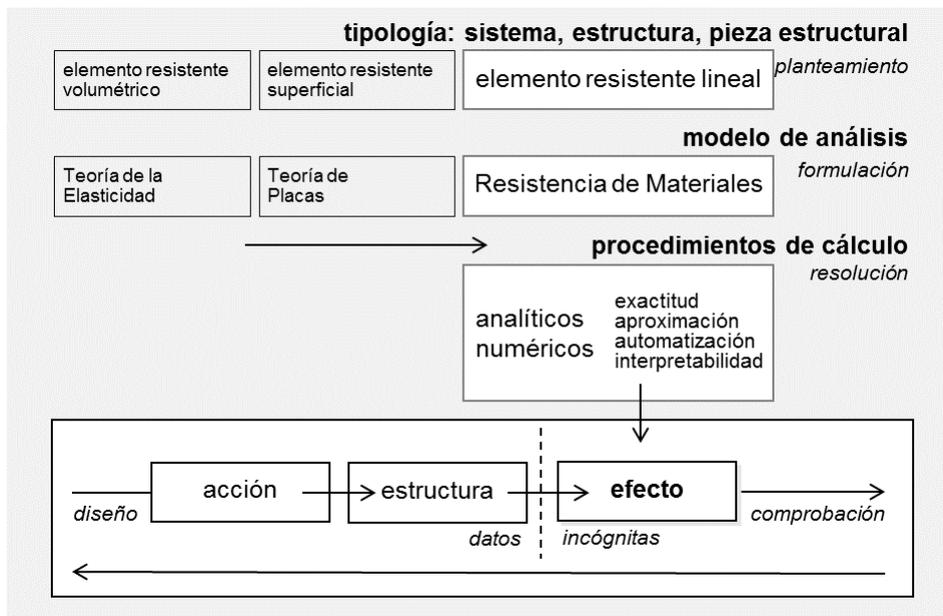
Solucionar el problema estructural exige extraer o determinar las incógnitas del sistema del efecto en la sección mediante el cálculo. Podemos identificar estas incógnitas con aquellos valores útiles para la comprobación (ver figura 4).

En este modelo de análisis sistemático, las ecuaciones diferenciales del efecto en la sección se pueden resolver mediante una secuencia de operaciones analíticas o numéricas. Conceptualmente, los dos procedimientos implican operaciones análogas. Se obtiene siempre un haz de soluciones del problema, dependiente de la forma, material y sistema de acción. La solución estable (única), se concreta al aplicar sobre dicho haz las condiciones de sustentación, que son características derivadas del diseño, pero que se asimilan en los procedimientos de resolución a las condiciones de contorno del problema matemático.

Analíticamente, aplicando los procedimientos habituales de resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, es posible plantear la solución exacta del sistema del efecto en la sección.

Numéricamente, si la geometría de la pieza o el sistema de acción son complejas, la resolución analítica puede ser costosa en términos de dedicación o tiempo a emplear. En estos casos, la resolución numérica ofrece valores del efecto suficientemente aproximados, útiles en la práctica (Gimena *et al.* 2014). Esta resolución, programable informáticamente, consiste en el paso de diferenciales a incrementos, y en la aplicación de un procedimiento de cálculo numérico propio del modelo.

Figura 4: Cálculo estructural: planteamiento, formulación y resolución



Aplicaciones. *Ámbito*

Este modelo sistemático de análisis estructural, aborda la comprobación de la pieza, bajo las condiciones más generales de forma de la directriz, sección, material estructural, sistema de acción, o condición de sustentación. Este proceder sistemático se extiende desde la pieza a la comprobación de estructuras conformadas por piezas (pórticos simples, vigas continuas, estructuras reticulares y articuladas, planas y espaciales, etc.).

Desde el punto de vista del cálculo, en esta extensión del modelo desde la pieza a la estructura, es clave el tratamiento y la presentación de la información que aporta la unión entre las piezas (reacciones y coacciones) y el análisis de las discontinuidades matemáticas de las funciones dato (cambios en la sección o en la forma de la directriz, en las características del material, o en el sistema de acción). Estas condiciones impuestas por el diseño se traducen en relaciones algebraicas entre datos e incógnitas en cada unión o nudo (sustentado o no sustentado).

Aplicaciones. *Herramientas*

En el esquema conceptual de la figura 1 puede apreciarse, que la solución obtenida mediante el cálculo que determina las incógnitas, son unos valores que representan magnitudes físicas. Su determinación no resuelve en sí misma el problema estructural. No debe confundirse esta fase del análisis con la comprobación o verificación estructural, consistente en la validación o en el replanteamiento de la estructura proyectada. En esta etapa de proyecto, la reordenación de los valores obtenidos junto a los datos, su tratamiento, y las formas de presentación de toda esta información estructural, son clave para efectuar la comprobación, consistente precisamente en comparar los valores obtenidos con los valores límite que son propios de las formas diseñadas y de los materiales elegidos, y exigibles a su vez por las normas y códigos técnicos.

Las teorías y técnicas aquí resumidas, no garantiza por sí mismas, el ya citado objetivo general, consistente en la integración del cálculo en el proceso de diseño y proyecto. Por esa razón, la investigación sobre análisis estructural debe incidir tanto en aspectos metodológicos que tienen que ver con las técnicas de transmisión de este tipo de conocimiento científico, como de desarrollo aplicado del mismo, tales como herramientas informáticas y de automatización del cálculo, formularios y tablas, u otras que permitan al proyectista, la

comprobación estructural inmediata y eficiente. Se trata en todo caso de que las decisiones de diseño no se vean condicionadas por las dificultades del cálculo, y por la existencia o no, de herramientas de comprobación.

3. Ecuaciones del Efecto en la Sección

Bajo las simplificaciones comúnmente aceptadas que constituyen los principios e hipótesis habituales en Resistencia de Materiales, el modelo de análisis se configura inicialmente, anotando matemáticamente los datos y de las incógnitas del problema estructural.

Diseño de la pieza estructural. *Datos de forma y material*

La directriz de la pieza es la línea lugar geométrico de los baricentros de la sección generatriz del elemento resistente. Todo punto de la directriz de la pieza puede anotarse bajo el sistema de referencia natural o bajo el sistema de referencia global. La sección es la figura plana normal a la directriz, de forma y magnitud constante o lentamente variable cuyo baricentro recorre los puntos de esta, generando el elemento resistente lineal. En estructuras sólo son aceptables aquellos materiales constructivos capaces de sufrir cambios de forma y dimensión hasta unos ciertos límites frente a la acción. Los módulos de elasticidad longitudinal y transversal son valores para cada material. Conforman la matriz de rigidez de un material. Determinan la relación existente entre la tensión y la deformación unitaria y siempre se asocian al sistema de referencia propio de la sección.

Diseño de la pieza estructural. *Estimación de la acción*

La acción produce en la pieza un cierto estado de tensión y deformación. Se ejerce en su interior o en su contorno, pero bajo las simplificaciones propias de la Resistencia de Materiales, se anota como un conjunto de vectores aplicado sobre la directriz. La naturaleza fundamentalmente gravitatoria de la acción, como fenómeno causal de la deformación del material, conlleva que el sistema de referencia característico de la misma sea de tipo global, en que los versores del triedro, mantienen siempre las mismas direcciones. La acción aplicada en la directriz, es de tipo fuerza, momento, giro o desplazamiento.

Efecto en la sección. *Incógnitas de sollicitación y deformación*

Para la comprobación, es necesario determinar el estado de tensión y deformación que produce en la pieza el sistema de acción. En este punto del análisis estructural, las condiciones formales y materiales de las que el proyectista ha dotado a su estructura se distancian de la ya citada expresión matemática y simbólica del fenómeno tenso-deformacional. La notación matemática supone un cierto alejamiento entre diseño y necesidad predictiva. Las incógnitas de sollicitación que provienen de este estado tensional se asocian al sistema de referencia natural propio de la directriz y la sección, por ser éste su ámbito de comprobación. Las incógnitas de deformación, como valores de comprobación, condicionados por el uso de la estructura, deberán expresarse respecto a un sistema global idóneo. El efecto en la sección es de tipo fuerza, momento, giro o desplazamiento.

Efecto en la sección. *Ecuaciones.*

Aplicando las leyes de equilibrio, comportamiento y compatibilidad, se relacionan acciones y efectos. Como se puede observar en la figura 5 si se toman estas expresiones diferenciales vectoriales de fuerza, momento, giro y desplazamiento, y se escriben de forma ordenada agrupando en columnas las componentes del efecto y las del sistema de acción, se obtienen las ecuaciones diferenciales del efecto en la sección (Gimena *et al.* 2008a,b).

Figura 5: Ecuaciones del efecto en la sección

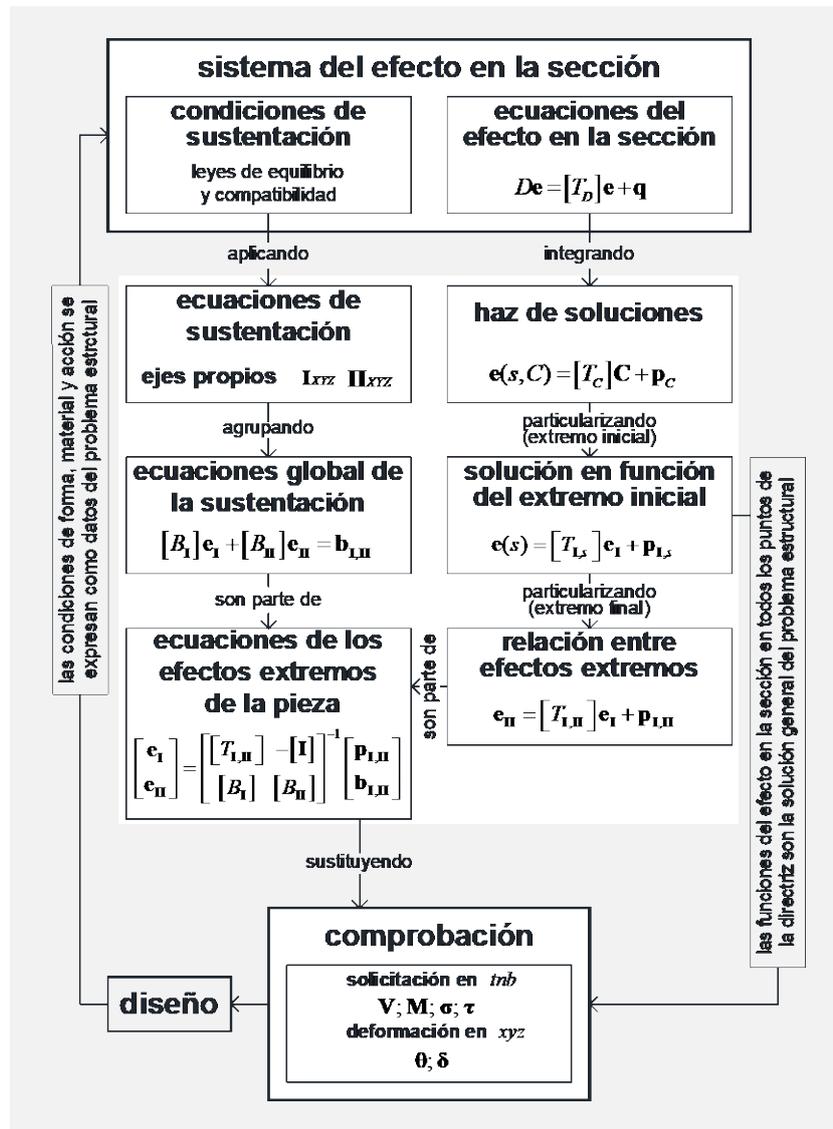
| efecto | | solicitud | | deformación | | acción | | |
|---------------------|---|--|---------------------------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|
| x | $+DV_x$ | fuerzas | momentos | giros | desplazamientos | fuerza | | |
| y | $+DV_y$ | | | | | $+q_x = 0$ | $+q_y = 0$ | |
| z | $+DV_z$ | | | | | $+q_z = 0$ | | |
| x | $+v_y V_z$ | forma de la directriz | $+DM_x$ | $+DM_y$ | $+DM_z$ | momento | | |
| y | $-v_x V_z$ | | | | | $+m_x = 0$ | $+m_y = 0$ | |
| z | $-v_y V_x$ $+v_x V_y$ | | | | | $+m_z = 0$ | | |
| forma de la sección | | $-\gamma_{xx} M_x$ $-\gamma_{yx} M_y$ $-\gamma_{zx} M_z$ | $+D\theta_x$ | $+D\theta_y$ | $+D\theta_z$ | giro | | |
| y | $-\gamma_{yy} M_x$ $-\gamma_{yy} M_y$ $-\gamma_{zy} M_z$ | | | | | $-\theta_x = 0$ | $-\theta_y = 0$ | |
| z | $-\gamma_{zz} M_x$ $-\gamma_{yz} M_y$ $-\gamma_{zz} M_z$ | | | | | $-\theta_z = 0$ | | |
| x | $-\varepsilon_{xx} V_x$ $-\varepsilon_{yy} V_y$ $-\varepsilon_{zz} V_z$ | material estructural | $-v_y \theta_x$ $+v_x \theta_y$ | $+D\delta_x$ | $+D\delta_y$ | $+D\delta_z$ | desplazamiento | |
| y | $-\varepsilon_{yy} V_x$ $-\varepsilon_{yy} V_y$ $-\varepsilon_{yy} V_z$ | | | | | | $-A_x = 0$ | $-A_y = 0$ |
| z | $-\varepsilon_{zz} V_x$ $-\varepsilon_{yz} V_y$ $-\varepsilon_{zz} V_z$ | | | | | | $-A_z = 0$ | |

Cuando la necesidad de diseño conlleva una forma de la directriz diferente de lo habitual o cuando la sección es variable, la expresión analítica es compleja. Desde un punto de vista matemático, los procedimientos de cálculo diferencial son limitados. La estructura triangular inferior evidencia el desacoplamiento entre las incógnitas del problema. Por esta razón no resulta necesario aplicar procedimientos de resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales. Para obtener resultados basta con resolver en orden cada una de las ecuaciones mediante integrales simples. Se añade en este punto como premisa, el hecho de que quedan fuera de la lógica del diseño, las formas no expresables analíticamente y por tanto no controlables ni desde la comprobación ni desde la lógica constructiva.

4. Cálculo y comprobación. Procedimiento genérico

Sin perder de vista la finalidad última del Análisis Estructural, consistente en comprobar o verificar la seguridad, rigidez y aptitud para el servicio de cada elemento resistente, y de la estructura en su conjunto, es necesario en este punto del análisis, establecer procedimientos óptimos para determinar esos valores de comprobación no conocidos, y que se han conceptualizado matemáticamente como las incógnitas del problema. Aunque el modelo de análisis en su conjunto se muestra en la figura 2, es necesario ordenar aquí las operaciones generales que se consideran idóneas para resolver el sistema del efecto en la sección (Sarria *et al.* 2018; Gimena *et al.* 2020). En la figura 6 se muestra ese camino desde el modelo matemático hasta la validación del diseño.

Figura 6: Procedimiento genérico de cálculo para la comprobación estructural



El sistema del efecto en la sección representa el comportamiento mecánico de la pieza. Está constituido por la unión de las ecuaciones del efecto en la sección con las ecuaciones que se deducen de las condiciones de sustentación. La escritura del sistema del efecto no resuelve por sí misma el problema estructural. El cálculo propiamente dicho se centrará en el paso de las ecuaciones del efecto en la sección a la obtención del haz de soluciones. Este es el ámbito de aplicación de los procedimientos analíticos y numéricos. Las operaciones de particularización sobre dicho haz de soluciones, junto a las ecuaciones de sustentación, permiten obtener los valores que se emplean en la comprobación. Esta última fase del proceso no conlleva ya operaciones de cálculo integral o diferencial. Se trata únicamente de operaciones algebraicas, y de reordenación y representación de resultados, para disponer y presentar los mismos de forma apropiada en la fase final de comprobación.

Procedimiento genérico. Cálculo

La sustentación de una estructura, es la superficie de su contorno en contacto con el terreno, cuya misión es transmitir las acciones que se ejercen sobre ella al mismo. La sustentación actúa impidiendo o permitiendo el desplazamiento y, o el giro de la estructura, con lo que la hace estable o inestable. De un elemento resistente de una estructura, puede considerarse

por analogía como sustentación, la sección material del mismo en contacto con el terreno o con otros elementos resistentes. La condición material y de diseño de la sustentación de la pieza implica diversos tipos de unión, según sea la forma de transmisión de las acciones. Estas diferentes condiciones de sustentación (apoyos, articulaciones, empotramientos u otras situaciones intermedias) se traducen mediante las leyes de equilibrio y compatibilidad en un sistema algebraico de ecuaciones. Aunque matemáticamente, por su forma y disposición en el espacio, la sustentación pueda contar con un sistema de referencia propio, el sistema del efecto en la sección, necesita que los sistemas de referencia de las ecuaciones de sustentación y el de las ecuaciones del efecto en la sección sean coincidentes o realizar los cambios de referencia necesarios. Deben elegirse siempre aquellos procedimientos de resolución que faciliten las operaciones de cálculo. En este modelo se adopta aquel sistema de referencia en coordenadas globales que se considere que facilita la introducción y el tratamiento de datos e incógnitas. Esta decisión de tipo matemático que compete al cálculo, no deja de ser una decisión de diseño estructural. Conocidos los efectos en los extremos, los valores del efecto en la sección en cualquier punto de la directriz pueden obtenerse directamente.

Procedimiento genérico. *Comprobación*

Para la comprobación, es preciso ordenar, tratar y representar gráficamente los valores obtenidos. Estos valores no son directamente los de comprobación. La sollicitación, debe referirse al sistema natural de la directriz y la sección para las comprobaciones propias de la seguridad y la rigidez. Los valores de deformación, deberán referirse a aquel sistema que resulte idóneo para comprobación de la aptitud para el servicio. El tratamiento ordenado de los resultados del cálculo, sólo conlleva operaciones finales de cambio de sistema de referencia, para poder presentar las funciones que representan las diferentes componentes de sollicitación y deformación, en condiciones óptimas para la comprobación. Los valores obtenidos se deben comparar con los valores límite previamente establecidos.

5. Conclusiones

Con el mapa conceptual presentado en la figura 2, se pretende mostrar que, bajo el modelo sistemático de análisis seguido y utilizado, es posible formular y expresar el problema de la comprobación estructural, partiendo exclusivamente de los principios y de las simplificaciones comunes en Resistencia de Materiales, y de las condiciones formales y materiales del diseño. En esta interacción entre proyecto y modelo de comprobación, la pieza estructural puede adoptar cualquier forma dentro de la lógica de lo constructivo. El modelo presentado, que expresa estas condiciones amplias de diseño, debe resolver el problema estructural mediante el cálculo, de manera eficiente e integrada en el proceso de proyecto.

Este mapa conceptual que representa el Modelo Sistemático de Análisis Estructural es una herramienta para la innovación educativa, la enseñanza y el aprendizaje de Resistencia de Materiales. Su utilización como herramienta para crear, compartir, organizar, almacenar y evaluar el conocimiento de Cálculo de Estructuras contribuirá a que los estudiantes aprendan a comprender los nuevos conceptos de diseño estructural.

La escritura fundamental del problema, el sistema del efecto en la sección, es el conjunto de dos grupos de ecuaciones. Las ecuaciones del efecto en la sección son aportadas por el análisis diferencial en la directriz de la pieza, y relacionan los datos (forma, material y acción) con las incógnitas (sollicitaciones y deformaciones). Las ecuaciones de sustentación son propias de los extremos de la pieza y expresan las condiciones de unión y la forma de transmisión de acciones ejercidas sobre la pieza al terreno o a otras piezas. En la escritura desplegada del problema en coordenadas globales que se ha presentado en la figura 5, la

disposición ordenada de los términos que componen las diferentes ecuaciones también permite visualizar y entender el problema estructural de forma conjunta.

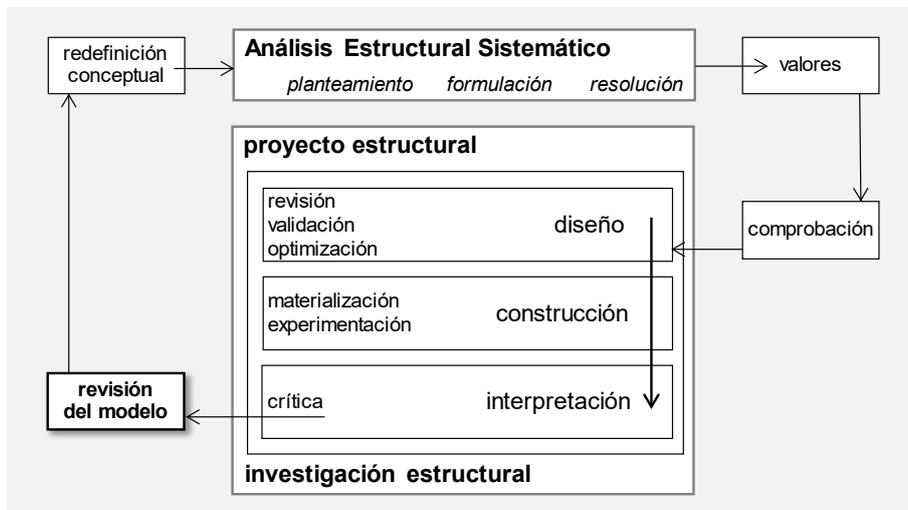
La disposición no entrelazada de las componentes de sollicitación y deformación que es necesario conocer para la comprobación, conlleva en el cálculo procedimientos más sencillos y sistematizables de integración ordenada y sucesiva de las diferentes líneas del sistema de ecuaciones. Se simplifica también, mediante proyecciones previas, el tratamiento de la forma de la directriz de la pieza, por compleja que esta sea.

No se necesita diferenciar a priori entre condiciones de isostaticidad o hiperestaticidad. El concepto de haz de soluciones, y la independencia del mismo respecto a las condiciones de sustentación, recupera para el proyectista la decisión del tipo de unión, o la forma de transmisión de la acción que se considere más idónea desde el punto de vista constructivo o de la expresión arquitectónica, sin que la misma esté condicionada por los procedimientos de cálculo. De ello, se extrae como conclusión fundamental que las ecuaciones del efecto en la sección en coordenadas globales constituyen una escritura que permite disponer ordenadamente los datos y las incógnitas, y expresar matemática y compositivamente el problema estructural. El Análisis Estructural Sistemático como metodología de trabajo, resuelve el modelo de comportamiento mecánico de la pieza mediante procedimientos de cálculo integrados en la parte del proceso de proyecto que valida el diseño mediante la comprobación estructural. Otras formas de escritura del problema, por ejemplo, matricial en transferencia o rigidez son deducibles a partir del haz de soluciones del sistema (Pestel & Leckie, 1963). Los procedimientos de resolución sistemáticos, ya sean analíticos o numéricos, que permiten obtener la solución mediante el cálculo, minimizan el número de operaciones a realizar.

El modelo permite que el proyectista genere sus propias herramientas de comprobación a medida de cada problema estructural, tratando y presentando la información obtenida mediante el cálculo, de manera integrada en el proceso de proyecto. En la búsqueda de la integración en la práctica entre diseño y cálculo, es necesaria una reflexión crítica inicial, que parte del lenguaje verbal, previa a la expresión matemática de los conceptos estructurales. Esta reflexión, nace de la experiencia extraída en la aplicación del modelo en cada comprobación estructural. La introducción o eliminación de determinado principio o hipótesis, la aceptación o no de determinada simplificación, debe ser capaz de ajustar más el modelo de comportamiento a las condiciones formales y materiales del diseño.

Efectuada la comprobación o verificación, se valida el diseño, pero también el propio modelo de análisis empleado. Con ello, esta disciplina aplicada al diseño y la comprobación de las estructuras, participa de la idea de investigación, en esa intención de replantearse en cada cálculo el propio modelo de análisis (ver figura 7).

Figura 7: Proyecto e investigación estructurales



La optimización del diseño estructural y del proceso de cálculo y comprobación, exige el replanteamiento del modelo de análisis. El Análisis Estructural Sistemático pretende integrar cálculo, comprobación e investigación.

6. Referencias

- Aguilar, M. (2006). El mapa conceptual una herramienta para aprender y enseñar. *Plasticidad y restauración neurológica*. Vol 5, 1. Pp 62-72.
- Cárcel, Francisco. (2016). Aplicación del uso de mapas conceptuales para relacionar conceptos. *3c Empresa. investigación y pensamiento crítico*, 5, 73-82
- Engel, H. (1967). *Tragsysteme: Structure systems*. Stuttgart: Deutsche Verlagsanst
- Gimena, F.N. Gonzaga, P. & Gimena, L. (2008a). 3D-curved beam element with varying cross-sectional area under generalized loads. *Engineering Structures*, 30, 404-411.
- Gimena, L. Gimena, F.N. & Gonzaga, P. (2008b). Structural analysis of a curved beam element defined in global coordinates. *Engineering Structures*, 30, 3355-3364.
- Gimena, L. Gonzaga, P. & Gimena, F.N. (2014). Boundary equations in the finite transfer method for solving differential equation systems. *Applied Mathematical Modelling*, 38(9-10), 2648-2660.
- Gimena F.N., Gonzaga P., Valdenebro J.V., Goñi M. & Reyes-Rubiano L.S. (2020). Curved beam through matrices associated with support conditions. *Structural Engineering and Mechanics*. 76 - 3, pp. 395-412.
- Gonzaga, P. & Gimena, F.N. (1998). *Diseño de estructuras lineales. Un modelo sistemático de Análisis Estructural*. Pamplona: Universidad Pública de Navarra.
- Lahuerta, J. (1985). *Estructuras de edificación*. Pamplona: Universidad de Navarra.
- Leontovich, V. (1959). *Frames and arches; condensed solutions for structural analysis*. New York: McGraw-Hill.
- Love, AEH. (1944). *A Treatise on the mathematical theory of elasticity*. New York: Dover.
- Millais, M. (2005). *Building Structures: understanding the basics*. London: Taylor & Francis
- Novak, J. D. (1998). *Conocimiento y aprendizaje. Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas*. Madrid: Alianza.
- Pestel, EC. & Leckie, EA. (1963). *Matrix Methods in Elastomechanics*. New York: McGraw-Hill.
- Salinas, Jesús. (2008). *Innovación Educativa y uso de las TIC*. Sevilla: Universidad Internacional de Andalucía.

- Sarria-Pueyo F., Gimena-Ramos F. N., Gonzaga-Vélez P., Goñi-Garatea M., & Gimena-Ramos L. (2018). Formulation and solution of curved beams with elastic supports. *Tehnicki Vjesnik*, 25, 56-65.
- Timoshenko, S. (1957). *Strength of materials*. New York: D. Van Nostrand Company.
- Torroja, E. (1957). *Razon y ser de los tipos estructurales*. Madrid: CSIC.
- Tuma, JJ. and Munshi, RK. (1971). *Theory and problems of advanced structural analysis*. New York: McGraw-Hill.
- Williams, K. and Ostwald M.J. (2015). *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future*. Switzerland: Springer International Publishing.

Comunicación alineada con los Objetivos de Desarrollo Sostenible

