

ESTADO DEL ARTE DE LA MODELIZACIÓN NUMÉRICA DE LOS PROCESOS DE SOLDADURA POR ARCO ELÉCTRICO EMPLEADOS EN CONSTRUCCIÓN METÁLICA.

Euebio Martínez^P

Escuela de Arquitectura e Ingeniería de Edificación de UPCT

Manuel Estrems

Departamento de Materiales e Ingeniería de Fabricación de UPCT

Valentín Miguel

Escuela de Ingenieros Industriales de Albacete de UCLM

Antonio Garrido

Escuela de Arquitectura e Ingeniería de Edificación de UPCT

José Antonio Guillén

Escuela de Arquitectura e Ingeniería de Edificación de UPCT

Abstract:

In this work, it is shown the knowledge state about the numerical methods that have been used to simulate the thermal model in relation to arc welding processes usually applied in metallic constructions.

Simulation from numerical methods according to arc welding thermal phenomenon dates back to 1970. At the beginning, numerical simulation was usually validated with experimental work. In a second phase, researching was focused to arc welding thermo-mechanic simulation. Numerical models are used to point out several features related to process input heat, melting and solidification of metal, and the heat transfer from welding temperature until room temperature.

The main difficulties related to the numerical simulation are: the non-accuracy models related to material behaviour and the non-lineal characteristic with very strong gradient of thermal models.

Keywords: Numerical methods, arc welding, thermal model

Resumen

En este trabajo de investigación se presenta un análisis del estado del conocimiento en relación a los métodos numéricos utilizados para la simulación del modelo térmico en los procesos de soldadura por arco eléctrico que son empleados como método de unión en la construcción de estructuras metálicas.

Las simulaciones a partir de métodos numéricos para predecir el fenómeno térmico asociado a los procesos de soldadura por fusión, se remontan a la década de 1970. Se realizaron una primera fase de estudios que fue dedicada a la simulación numérica asociada a la comparación de resultados con su respectivo ensayo experimental. La segunda fase de investigaciones está enfocada a la simulación termo- mecánica del proceso de soldadura.

La modelización numérica es usada para representar ciertos aspectos del comportamiento del sistema compuesto por el problema físico del calor aportado por el arco, la fusión y solidificación en el cordón, y la difusión del calor hasta su enfriamiento.

Dos dificultades propias de la simulación numérica son: la imprecisión de los modelos usados para describir el comportamiento del material, la no linealidad y los fuertes gradientes del modelo térmico.

Palabras clave: métodos numéricos, soldadura, modelo térmico

1. Introducción

La historia de las simulaciones numéricas por medio de los métodos numéricos para predecir el comportamiento térmico y mecánico que genera el proceso de soldadura por fusión se remonta a la década de 1970. Los métodos numéricos están diseñados para proporcionar soluciones aproximadas a ecuaciones que no admiten resultados analíticos. De aquí proviene el interés del usuario en conocer la eficacia del método numérico empleado en la resolución de un determinado problema físico. Por ello, numerosos autores han llevado a cabo estudios sobre la precisión de diferentes métodos numéricos en una gran variedad de problemas de transferencia del calor.

Una modelización por métodos numéricos es usada para representar ciertos aspectos del comportamiento de un sistema, que en nuestro contexto está compuesto por el problema físico del calor aportado por la soldadura. Dos dificultades propias de la simulación numérica son: los modelos usados para describir el comportamiento del material, y el modelo que define el ciclo térmico que genera la soldadura en el sólido. Cuando en una ecuación en derivadas parciales se hace una doble reticulación, espacial y temporal, se reemplazan de hecho las derivadas parciales por aproximaciones algebraicas, lo que conduce a un conjunto de ecuaciones algebraicas que aproximan las EDP; para la solución numérica de estas se utiliza un software adecuado, generalmente un software de lenguaje propiamente matemático. Este procedimiento es la base de los bien conocidos métodos numéricos de diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos.

En las construcciones metálicas obtenidas mediante la aplicación de soldadura, está presente la posibilidad en mayor o menor grado de la pérdida de la forma geométrica de la estructura, la no coincidencia de bordes, desplazamientos apreciables, etc., debido al calentamiento no uniforme que se manifiesta durante la realización de la junta en el cordón y zonas próximas al mismo (Maxunawa, 1992), al emplear una fuente de calor móvil fuertemente concentrada, como puede ser un arco eléctrico, ocurren procesos físico-químicos, estructurales y deformaciones térmicas de diversa índole que producen tensiones residuales, particularmente en el cordón y en la Zona Afectada Térmicamente (ZAT) (Christensen, 1965)

Normalmente, al afrontar un problema de conducción de calor, la primera pregunta que podemos plantearnos es la siguiente: ¿solución analítica o numérica de los problemas de transmisión de calor por conducción? Sin embargo antes de contestar a esta pregunta, hay que hacer algunas precisiones:

- 1) Debemos aceptar que las propiedades del material son constantes, entre ellas la conductividad térmica, una propiedad termodinámica que varía con la temperatura, si no es así, la ecuación diferencial adopta otra forma y la integración analítica se hace muy compleja.
- 2) Si la geometría del sólido no es regular, difícilmente tendremos una solución analítica, en cuyo caso tenemos que aceptar malas aproximaciones.
- 3) Condiciones no lineales en el contorno o el caso de un sólido con generación de calor no constante puede representar una complicación en la búsqueda de soluciones analíticas.
- 4) Incluso las soluciones analíticas de los casos relativamente sencillos en régimen estacionario o transitorio son a menudo engorrosas de aplicar. Suelen adoptar la forma de series infinitas en las que hay que calcular los coeficientes.

El método clásico de resolver un problema de transmisión de calor (Carslaw, 1967) es aplicar las ecuaciones diferenciales generales a una porción infinitesimal del cuerpo con sus correspondientes condiciones de contorno y proceder a su integración, que dará como resultado la obtención de la función de distribución de temperaturas. Este proceso de resolución de la ecuación diferencial puede hacerse de forma analítica o numérica. En ambos casos se parte de la concepción clásica de resolución del problema, que es el planteamiento de las ecuaciones básicas a una porción elemental del sólido y su posterior integración.

2. Métodos analíticos

El estudio analítico de la transmisión de calor por conducción en un sólido da lugar a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, de segundo orden, de tipo parabólico. Para una geometría cúbica, la solución es una función de la distribución de temperaturas, función de las coordenadas espaciales x , y , z , y del tiempo t . La solución analítica presenta ventajas e inconvenientes. Una de las ventajas es la exactitud, pero se destaca que muchas soluciones analíticas se expresan en forma de series y aunque formalmente expresen una solución de forma exacta, cuando deban calcularse explícitamente se cometerá un error en función de los términos desechados. Para plantear una solución analítica se tienen que hacer varias simplificaciones, conductividad constante, condiciones de contorno simplificadas, reducción del número de dimensiones etc. que comportarán un error con respecto a la solución real del problema.

La evolución temporal del campo de temperaturas de los componentes soldados tiene una influencia importante sobre las tensiones residuales, la distorsión y por tanto la resistencia a fatiga de la estructura soldada. Se utilizan soluciones clásicas para el cálculo del campo de temperaturas como es la ecuación de Rosenthal que realiza una integración semi-infinita con origen de calor un punto, una línea o una superficie (Rosenthal, 1941). Estas soluciones pueden ser usadas para predecir el campo de temperaturas a una distancia alejada de la fuente de calor pero no pueden predecir la temperatura cerca de la fuente de calor.

Más tarde, Eagar et al. modifican la teoría de Rosenthal para incluir la distribución Gaussiana en dos dimensiones, distribuyendo una fuente de calor constante sobre una superficie y conseguir una solución analítica para el campo de temperaturas. Su solución mejora la predicción del campo de temperaturas en las zonas del cordón donde la fuente de calor es pequeña (Eagar, 1983).

En el trabajo de investigación realizado por Suárez et. al, se ha modelizado el ciclo térmico que experimenta cada punto de la ZAT. Se han empleado las ecuaciones de Rosenthal que dan la

temperatura T en un punto situado a la distancia r , de la línea de soldadura en función del tiempo y para un aporte térmico dado. Las ecuaciones se resuelven en dos situaciones límite: chapa gruesa y chapa fina. Las soldaduras reales se sitúan entre estos dos límites y pueden presentar una geometría diferente a la supuesta por Rosenthal, lo cual requeriría otros métodos para determinar el aporte calorífico (Suarez, 1990). Para nuestros propósitos, es suficiente con la aproximación que nos proporcionan estas ecuaciones obtenidas analíticamente, sobre todo para describir de forma adecuada la zona superior del pico del ciclo térmico de soldadura, que es precisamente la que tiene importancia en el desarrollo de los procesos activados térmicamente. La solución de las ecuaciones para el caso de chapa gruesa es más realista, sobre todo en las isoterms próximas al baño de fusión, si se introducen ciertas modificaciones referentes al tamaño finito de la fuente calorífica y al calor latente de fusión del material.

Jeong et al. introducen una solución analítica para el cálculo del campo de temperaturas en una soldadura a filete, con una distribución de calor tipo Gaussiana pero con los diferentes parámetros de distribución en las direcciones de "x" e "y". Usando esta técnica, han transformado con éxito la solución del campo de temperaturas en una chapa de espesor uniforme para realizar una unión soldada a filete. Sin embargo las soluciones disponibles que usan una fuente de distribución de calor de Gauss podrían predecir la temperatura en zonas cercanas al origen del calor. Todavía están limitados la fuente de calor en dos dimensiones por el efecto de la penetración del cordón. Este defecto puede ser superado en el caso de implementar fuentes de calor generales en vez de puntuales (Jeong, 1997).

Uno de los primeros trabajos donde se introduce una fuente de calor en tres dimensiones con forma de doble elipsoide fue Goldak, et al , donde plantea que la modelización por el método de elementos finitos fue usada para calcular el campo de temperaturas en una chapa y mostrar que esta fuente de calor en tres dimensiones supera el defecto de la penetración encontrado en el modelo de dos dimensiones (Goldak, 1985).

Basándose en el trabajo de Goldak, Nguyen et al. desarrollaron una solución analítica para esta clase de fuente de calor en tres dimensiones sobre una chapa semiinfinita y muestra que esta solución puede ser usada para predecir la geometría del baño de soldadura y para calcular las tensiones residuales que se producen en el cordón de soldadura. Sin embargo, la solución de la fuente de calor todavía está limitada a una chapa semiinfinita y se tiene que usar otro método para aplicar a chapas finitas (Nguyen, 1999).

También se emplean métodos analíticos para resolver la fisuración de las uniones por soldeo que trabajan a elevadas temperaturas y presiones. La eficacia de estas uniones, tanto durante el proceso de soldeo como durante su operación, depende de manera estricta de la microestructura de la zona afectada por el calor del metal base, la cual para una composición química dada del material es una función de los parámetros de soldeo y la geometría de la unión(Painter, 1996).

Mazur et al. presentan una metodología de predicción de las dimensiones de las zonas que ocupan distintos tamaños de grano de la ZAC, en un cordón de soldadura aplicado al acero de baja aleación por el proceso SMAW. Las bases para el desarrollo del algoritmo fueron las ecuaciones clásicas de transferencia de calor para determinar los ciclos térmicos de soldeo, metalurgia básica, incluyendo diagramas de fases y cinética de crecimiento de granos, y relaciones empíricas para describir la correlación de las variables de soldeo y las dimensiones del cordón de soldadura. (Mazur, 2001).

3. Método de los elementos finitos (MEF)

Un análisis de la soldadura mediante MEF, requiere que el proceso se analice de forma no lineal, ya que el mismo depende del tiempo y de la variación de las propiedades del material con respecto a la temperatura. El carácter transitorio, requiere tener en cuenta curvas de tiempo que puedan caracterizar la traslación del foco de calor, a partir de los parámetros de soldadura y tipo de proceso empleado.

Para el modelado de cualquier problema debe definirse primeramente los parámetros geométricos. Un diseño geométrico correcto implica un adecuado modelo físico, ya que desde aquí se parte para elegir la forma de los elementos, las densidades de mallas y a su vez introducir en el caso específico de la modelación de la soldadura, la carga térmica asociada a las curvas de tiempo, aspecto esencial para lograr la traslación del foco térmico según sea la velocidad de soldadura.

Un cuerpo sólido que va a ser analizado mediante MEF es dividido en pequeñas regiones, los elementos pueden ser lineales, triangulares, cuadriláteros, etc., es recomendable para un análisis tridimensional de la soldadura, escoger el grupo perteneciente a sólidos, ya que implicaría emplear elementos hexagonales tridimensionales de 8-20 nodos que tienen las áreas de sus caras bien uniformes y resultan ideales para la aplicación del calor o carga térmica de forma discretizada. Además en estos elementos se representan de una forma más completa en el espacio (3D) los esfuerzos o tensiones. Por otro lado para representar la soldadura de múltiples pasadas en el plano (2D) con metal depositado generalmente se escoge el grupo Plano 2D, con elementos cuadriláteros de cuatro nodos o triangulares de tres nodos. También cuando se realiza el análisis de convergencia en la simulación del proceso de soldadura, como por ejemplo en uniones a tope, es usual dividir el modelo en varios volúmenes. Debido a que la temperatura, los esfuerzos y las deformaciones cambian muy rápidamente cerca del cordón, resulta útil utilizar una malla fina cercana al cordón de soldadura para lograr exactitud y resolución, sin embargo se prefiere una malla gruesa en aquellos sitios alejados del cordón y de la ZAT, para reducir los costes computacionales sin sacrificar la exactitud. De igual forma, se selecciona finalmente aquel modelo que aporte una solución lo más exacta posible al análisis efectuado, por ejemplo, para obtener historias térmicas y tensiones, en nodos dentro del cordón y en la ZAT. En un proceso de soldadura el foco de calor se desplaza siguiendo una trayectoria que por comodidad, es conveniente hacerla coincidir con el eje del sistema de coordenadas, ya sea en 2D como en 3D. Este movimiento en análisis por elementos finitos se describirá de forma discreta a partir de "Curvas de tiempo" y no continua, por lo que parecerá como que la fuente se detendrá determinando un intervalo de tiempo finito en cada elemento de la trayectoria, debido a que está en función de la velocidad de recorrido y de la cantidad de elementos que se encuentran en la longitud de soldadura a analizar.

Como cada uno de los elementos que conforman el modelo, interactúan con sus vecinos, la determinación del comportamiento global del cuerpo requiere la solución de un gran número de ecuaciones simultáneas, afortunadamente el sistema resultante de ecuaciones puede ser resuelto con facilidad mediante las computadoras, aplicando técnicas de álgebra matricial, lo que implicaría un gran consumo de tiempo y ser propenso a errores por cálculos analíticos convencionales (García, 2003).

Cuando se realiza un modelo, se debe recurrir al análisis de la convergencia para seleccionar el tamaño correcto de los elementos en el mallado y de este modo obtener el mínimo de error en los resultados. La convergencia define que al refinar progresivamente la malla, la solución

numérica se aproxima, tanto como se desee, a la solución exacta; este es un factor que debe garantizar, que los resultados del cálculo no dependan de la densidad del mallado (Goldak, 1999).

Burgos et al, realizaron una investigación basada en los parámetros tecnológicos del proceso SMAW, aplicando una modelización mediante MEF. Los campos de temperaturas provocados por la soldadura se basaron en las propiedades de juntas de acero AISI 1020, en condiciones de fuerte embridamiento. Se tomó en consideración la transferencia de calor en estado cuasiestacionario así como la variación de las propiedades del material en función de la temperatura. Se efectuó una comparación de resultados obtenidos entre métodos analíticos y con aplicación de MEF en casos similares. (Burgos, 2003).

Más tarde, García Rodríguez et al. realizaron un trabajo que indica los pasos a tener en cuenta a través de un procedimiento diseñado para aplicar la simulación de la soldadura mediante MEF. Los campos térmicos provocados por la soldadura se basaron en las propiedades de juntas de acero A-36, en condiciones de fuerte embridamiento o rigidez, tanto en uniones a tope como en uniones en T. Se tienen en consideración aspectos de la transferencia de calor en estado cuasiestacionario, así como la variación, no lineal, de las propiedades del material en función de la temperatura. Se indican en los resultados los desplazamientos, deformaciones y tensiones residuales obtenidas en la simulación. Como conclusiones del trabajo de investigación realizado, se indica que han desarrollado a partir de las curvas de tiempo y de temperatura una modelización de los campos térmicos ajustados a parámetros reales de proceso SMAW, lográndose relacionar los mismos con los desplazamientos para obtener tensiones residuales en juntas a tope y en T, de acero ASTM A-36, de 12 mm de espesor, sometidas a alto embridamiento (García, 2007).

Basándose en el trabajo anterior W. Bullón et al. presentaron un trabajo de investigación donde se aborda la simulación de un proceso de soldadura por MEF mediante un modelo de preinscripción del ciclo térmico, con la finalidad de obtener una aproximación a los esfuerzos y deformaciones residuales, con el propósito de emplear los resultados para prever posibles problemas de fabricación y aplicación de piezas obtenidas mediante este proceso. El estudio parte del análisis de los efectos del proceso de soldadura, considerando los campos térmico, mecánico y metalográfico. Entre estos, se considera que es el campo térmico el que ejerce una influencia significativa sobre los otros dos y, por el contrario, que los otros ejercen una influencia débil sobre el campo térmico. Por esta razón, se propone como hipótesis de trabajo el estudio desacoplado del problema, mediante la obtención de la evolución temporal de la temperatura en todos los puntos del modelo térmico y posteriormente la obtención de esfuerzos residuales y deformaciones, siendo este el campo mecánico. Además como segunda hipótesis de trabajo, se propone que las propiedades mecánicas significativas en el problema son el módulo de elasticidad y el esfuerzo de fluencia, y se atribuye la causa de las deformaciones y tensiones residuales en el material a la dependencia de estas propiedades con respecto a la temperatura y a los altos gradientes que se producen durante el proceso. En la simulación se emplean por simplicidad fuentes puntuales de temperatura a lo largo del cordón de soldadura. Como consecuencia de esta y de las demás consideraciones, se obtiene un modelo simple y suficiente para el propósito definido. Se logra obtener en el campo mecánico resultados comparables a los que se obtienen mediante modelos más complejos, y que se aproximan a los que ocurren en un proceso real (Bullón, 2007).

Ramos et al. realizaron un trabajo de investigación sobre la importancia de la simulación de procesos de soldadura empleando el método de los elementos finitos y los requerimientos más

importantes durante la creación de los modelos. Se presentaron las dimensiones de la zona fundida (ZF) y la zona afectada por el calor (ZAT), el tamaño de grano y el perfil de dureza de una probeta soldada con proceso SMAW y enfriada al aire. Se creó un modelo de elementos finitos que simula las condiciones de soldadura y enfriamiento de la probeta y se estudió el nivel de correspondencia entre los resultados del modelo y los experimentales. Se probó que existe una buena correspondencia entre los límites de la zona fundida y de la zona de influencia térmica medidos sobre la probeta y los determinados por el modelo de elementos finitos. (Ramos, 2007).

En el trabajo presentado por Jaime Torres, se establece una correlación entre las variables del proceso de soldadura, como la intensidad de la corriente, la tensión, la velocidad de soldadura, las temperaturas de pico, los grados de microdureza alcanzados y la evolución de la precipitación en la lámina de una aleación de aluminio 6061 a las distancias de 7,13 y 20 mm del centro del cordón. Se utilizó un programa de elementos finitos de propósito general, para predecir el efecto del calor aportado en la soldadura GMAW sobre los valores de las propiedades mecánicas. Se encontró que el perfil de microdureza depende fuertemente de la distribución de los precipitados, y esta distribución depende, a su vez, de los ciclos térmicos que sufre el material durante el proceso de soldeo, siendo el ancho de la zona crítica más estrecho cuanto más alta es la velocidad del metal de aportación (Torres, 2002).

Por otra parte, G. Romaní et al. utilizaron la herramienta de cálculo por elementos finitos ABAQUS para el estudio de la influencia de un grupo preseleccionado de variables de soldadura robotizada, respaldado por numerosos cupones de prueba aceptables sobre los que se realizaron diversas mediciones. Estos resultados han servido de base para desarrollar un modelo tridimensional de elementos finitos, con el que ha sido posible estudiar la influencia de cambios en los valores de aquellos parámetros en los diferentes ciclos térmicos de soldeo, generadores de las deformaciones y tensiones residuales de soldadura (Romaní, 2005).

Según E.A. Bonifaz, el camino más fácil para simular un proceso de soldadura es con la ecuación del calor Navier-Stokes desacoplada. Para desacoplar la ecuación del calor, la energía aportada Q , el flujo de calor por unidad de área y por unidad de tiempo q , y la conductividad térmica K_{eff} que se generan en el campo de temperaturas por la ecuación del calor deben de ser consideradas. Con mayor precisión, el tradicional modelo de calor de Gauss y la función K_{eff} deben de ser usadas con cautela porque de la responsabilidad crítica para representar las ecuaciones magnetohidrodinámicas del arco y los mecanismos variables del baño de soldadura. Cuando la eficiencia térmica es introducida en la ecuación de calor desacoplada, tanto el complejo proceso físico del arco eléctrico y la dilución del metal base son incorporados en la ecuación de análisis de transferencia de calor. Este trabajo permite a la eficiencia térmica estar relacionada con las variables del proceso de soldeo en una simulación con elementos finitos. La evolución térmica y tamaño de la zona de fusión y la zona afectada térmicamente son numérica y experimentalmente validados con valores reportados por Christensen, Krutz y Goldak. El programa de elementos finitos usado para las simulaciones es el COSMOS (Bonifaz, 2000)

Min Jou, destaca que la geometría del cordón de soldadura juega un papel importante en el cálculo de las propiedades mecánicas del cordón de soldadura. En esta investigación, han sido realizados una serie de experimentos para investigar la interacción y correlación de la intensidad, tensión y velocidad de soldadura y la longitud del arco eléctrico en la formación del cordón de soldadura. El efecto de la longitud del arco eléctrico en la distribución de calor son parámetros estudiados en este trabajo. Además, para el estudio experimental, se ha desarrollado un modelo de elementos finitos tridimensional para analizar el flujo de calor y para

predecir la formación del cordón de soldadura. La correlación entre los parámetros de intensidad, tensión, velocidad y longitud del arco de soldeo y las características geométricas del cordón son establecidas. El modelo de elementos finitos tridimensional puede calcular no solo la evolución temporal del campo de temperaturas sino también el tamaño del cordón en el procedimiento de soldadura por arco eléctrico. Para obtener una soldadura de calidad, este modelo calcula el efecto de la longitud del arco eléctrico en la formación del cordón. Además, el efecto de la distribución de calor de Gauss también está incluida en este estudio. Los datos experimentales están en concordancia con los valores del modelo de elementos finitos (Jou, 2003).

4. Método de Simulación por Redes (MESIR)

El método de simulación por redes es una técnica numérica para la solución de muchos tipos de procesos físicos que pueden formularse mediante un conjunto de ecuaciones, o modelo matemático. El procedimiento consiste, en elaborar un "modelo red" o circuito eléctrico equivalente al proceso, y en simular dicho proceso obteniendo la solución numérica mediante un programa adecuado para la resolución de circuitos eléctricos. Un modelo en red se considera equivalente a un determinado proceso cuando, en su descripción, las ecuaciones del modelo matemático discretizadas y las ecuaciones del modelo en red para un elemento del volumen o celda elemental, correspondientes a variables análogas, coinciden.

La técnica consiste en reticular el espacio en elementos de volumen o celdas elementales; al aplicar a estas reticulaciones las ecuaciones diferenciales, se obtienen un conjunto de ecuaciones en diferencias finitas que se constituyen en el punto de partida para la obtención del modelo en red. Una adecuada correspondencia entre variables dependientes del problema y variables eléctricas: resistencias, condensadores, tensiones e intensidades, permite interpretar los resultados de la simulación en términos del proceso que se modela. La asociación de celdas, de acuerdo con la geometría del problema, configura el modelo en red correspondiente a todo medio finito. El método es tanto más preciso cuanto mayor sea el número de celdas. Las condiciones de contorno e iniciales se incorporan al modelo mediante cambios sencillos en la programación introducida en el programa de simulación de circuitos eléctricos.

En el método de simulación por redes, el punto de partida es siempre el modelo matemático de un cierto proceso, esto es, un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (EDP) espacio temporales; la discretización de la variable espacial permite establecer el modelo en red equivalente. Ésta es la única manipulación directa que se hace de las ecuaciones. El modelo en red es el formato que se da al modelo matemático para que pueda ser utilizado como entrada (fichero) en un programa de resolución de circuitos eléctricos como PSPICE (Alhama, 1998). Este software es el que resuelve las ecuaciones numéricamente.

La elaboración del modelo en red pasa por la reticulación espacial, pero no temporal; la variable independiente tiempo se mantiene como variable continua. Se parte, pues, de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales cuya reticulación espacial las convierte en ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo, que son las del circuito correspondiente a una celda elemental. En el MESIR la reticulación es sucesiva; una primera etapa de reticulación espacial de la que se obtiene el modelo en red y una segunda etapa, de reticulación temporal, realizada por el propio software de resolución de circuitos en el proceso de simulación.

Una vez traducido el modelo en un lenguaje interpretable por Pspice, se ejecuta en este software el cual proporciona toda la información solicitada. De esta forma se obtienen los datos correspondientes a medidas típicas de laboratorio con un margen de error despreciable y sin afectar al circuito; más aún, pueden alterarse las condiciones iniciales y de contorno, y las

características con sencillos cambios en el programa, y el análisis puede aportar datos sobre el comportamiento del circuito más allá de los límites virtuales que se pueden obtener con medidas reales de laboratorio. El conjunto de tareas que componen el proceso de simulación puede ser agrupado en los algoritmos de computación.

PSPICE es miembro de la familia de programas de simulación de circuitos SPICE2 (González, 2002); mucho más potente y rápido que sus predecesores, fue desarrollado en la universidad de California en los años setenta y utiliza algoritmos numéricos más refinados con formatos de entrada y salida idénticos. En el análisis de continua PSPICE determina el punto de trabajo, es decir, los valores de polarización de sus componentes en ausencia de excitaciones alternas. Para el análisis transitorio PSPICE parte del intervalo de tiempo $(0, t)$ solicitado, que puede ser menor o mayor que la duración del transitorio, y facilita los datos en forma de listado o mediante gráficas. Si los resultados se quieren en forma tabular el usuario debe indicar el instante inicial, el final, el paso temporal y el número de variables listadas; si se solicitan en forma gráfica, una simple sentencia de programa permite organizarlos y almacenarlos para ser utilizados con ese propósito en cada momento.

Los algoritmos utilizados en PSPICE, son el resultado de implementaciones, modificaciones y comparaciones cuidadosas de los métodos numéricos existentes en el contexto de la simulación de circuitos.

La síntesis de entrada no requiere especiales disposiciones ordenadas de datos, su estilo puede catalogarse más bien como libre y dispone de una razonable fuente de datos que se adjudican por omisión a los componentes cuando estos no se especifican en detalle. También realiza un buen número de chequeos para asegurar que el circuito ha sido introducido correctamente y que el resto de las sentencias de programa están bien escritas, advirtiendo al programador de posibles errores mediante mensajes previos a la ejecución.

El programa se estructura como un listado que contiene todos los componentes eléctricos del circuito, resistencias, condensadores, fuentes, interruptores, etc., que se introducen uno a uno indicando el nombre, valor, nudos de conexión y otros parámetros característicos.

La simulación está estructurada en cinco subprogramas principales, que interaccionan entre ellos a través de una estructura de datos que es almacenada en un área común del programa. Estos subprogramas son: entrada, organización, análisis, salida y utilidades.

Una de las ventajas del método es que permite una visualización casi inmediata del proceso de transmisión de calor (representado esencialmente en las variables corriente eléctrica y potencial), obscurecida en los métodos numéricos clásicos debido al complejo aparato matemático utilizado.

Una de las aplicaciones es el estudio para calcular las propiedades térmicas de numerosas aleaciones (Alhama, 2005), especialmente la capacidad calorífica, acusan una marcada dependencia con la temperatura tanto en los cambios de fase como en las transformaciones alotrópicas. Este hecho, junto con la aplicación de contorno de aplicación de convección, radiación o ambas, simultáneamente, aumentan la complejidad del problema de transferencia de calor en los procesos transitorios debido a la no linealidad inherente. El modelo numérico propuesto para la solución de este problema es capaz de asumir hipótesis anteriores así como posibles dependencias de la conductividad térmica con la temperatura.

5 .Método de Volúmenes Finitos

El método de volúmenes finitos es un procedimiento de discretización en el que se recorre el camino inverso al utilizado en la obtención de las ecuaciones diferenciales de transporte. En estas, se parte de las relaciones integrales en un volumen fluido (finito), obteniéndose las relaciones para una partícula fluida al reducir el volumen de integración. El método de

volúmenes finitos recorre en sentido contrario, obteniendo balances finitos a partir de los asociados a partículas infinitesimales. Para ello integra la ecuación diferencial original sobre un volumen finito, es decir, un trozo de intervalo (1D), superficie (2D) o volumen (3D) cuya forma concreta depende de la malla y del sistema coordenado que se esté empleando. Independientemente de la dimensionalidad del problema se sigue hablando de volúmenes finitos cuando uno se refiere a los trozos en los que se ha subdividido el dominio. De aquí que el proceso comience con la decisión sobre el troceado del dominio, es decir, número, tamaño, y ratio de expansión/contracción de los volúmenes de discretización. Después de la integración el procedimiento se postulan variaciones internodales de la solución que permiten sustituir las derivadas por relaciones algebraicas entre valores nodales (Ashby, 1998).

Un problema físico cuya solución conlleva la resolución de una ecuación diferencial no está completamente especificado hasta que no se incluyen las condiciones iniciales y de contorno. Existen dos tipos de condiciones de contorno aplicables a las ecuaciones de difusión que vamos a tratar: valor fijado o de Dirichlet, y gradiente fijado o de Neumann. La primera será típica de las entradas de fluido en las que hay que especificar los valores de entrada de todas las variables y también de las paredes. La segunda está asociada habitualmente a las salidas de fluido y a los ejes de simetría. Hay también variables peculiares como la presión que precisa de condiciones tipo Neumann en todos los contornos (Choo, 1990).

El modelo del flujo de calor y de metal líquido en el baño de soldadura presenta una dificultad, la cual consiste en el desconocimiento del campo de presión en el baño y, además no existe una expresión para calcularlo, por tanto, es necesario utilizar un algoritmo que permita determinar el campo de presión de manera indirecta a través de la ecuación de continuidad (Lin, 1986). Por lo anterior, se utilizó el algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) desarrollado por (Patankar, 1980), y retomado por (Peric, 1997), el cual permite solucionar las ecuaciones de Navier-Stokes cuando no se conoce el campo de presión.

Este algoritmo es desarrollado con el método numérico Volúmenes Finitos, por esto las ecuaciones son discretizadas con este método en un esquema totalmente implícito. Adicionalmente, las ecuaciones algebraicas deben ser solucionadas por un método iterativo (Patankar, 1980), por esta razón las ecuaciones algebraicas fueron resueltas por otro método (Stone, 1968).

Gómez realizó una investigación en el cual se experimentó con el fin de encontrar una relación entre la entrada de calor y la penetración de la junta soldada. Se basó en un modelo en 2D, que describe el flujo de calor y el flujo de metal líquido, en el baño líquido de una soldadura realizada con el proceso GTAW. En el modelo matemático se incluyen las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de energía, las cuales constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden, no-lineales, no homogéneas y transitorias. El modelo numérico se desarrolla en Volúmenes Finitos en un esquema totalmente implícito, con malla regular y escalonada; además, debido al desconocimiento del campo de presión es necesario utilizar el algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*). La investigación también incluye una serie de experimentos que permitieron validar el modelo. En esta investigación se pudo demostrar la gran incidencia de la entrada de calor en la penetración, pues al aumentarse la entrada de calor se aumenta la fuerza electromagnética, y por lo tanto la penetración (Gómez, 2003).

Para el proceso de soldeo SMAW se realizó un programa computacional (Felizardo, 2003), utilizando dos volúmenes finitos en coordenadas generalizadas para simular la distribución de

temperatura en el electrodo revestido. Los resultados de la simulación numérica fueron validados con datos experimentales.

Choi et al. usaron el método de los volúmenes finitos para analizar los efectos de la corriente de soldeo, la caída del volumen inicial, y la velocidad de alimentación del electrodo en la transferencia de cortocircuito, se determinó que la corriente de soldadura es el único factor dominante en la dinámica de la transferencia de cortocircuito(Choi, 1998; Choi, 2001).

Basándose en los resultados de Choi et al., se realizó en el año 2004 un estudio por parte de Guo et. al donde se desarrolla un modelo numérico de la transferencia por cortocircuito del metal de aporte durante el procedimiento de soldeo GMAW (Guo,2004). Se considera por primera vez, la ecuación de convección de Marangoni en el análisis de la transferencia por cortocircuito. El campo electromagnético, la distribución de velocidades, presión, campo de temperaturas se calculan utilizando el modelo desarrollado, en los resultados se indica los efectos producidos en el cordón de soldadura de la intensidad, tensión, temperatura en función del coeficiente de caída inicial del volumen de metal de aportación en la transferencia por cortocircuito, los resultados también muestran que tanto la fuerza electromagnética como el efecto de la ecuación de Marangoni, pueden desempeñar una función importante en la transferencia por cortocircuito del metal de aporte (Kim,1997).

6. Método de Diferencias Finitas

Las diferencias finitas han tenido una gran aceptación como método numérico debido a la simplicidad en su concepto matemático. En efecto, la discretización del espacio reemplaza el dominio físico continuo por una red de puntos discretos a partir de los cuales se obtienen expresiones aproximadas para las derivadas truncando series de Taylor a un cierto grado de precisión. Unos ejemplos sencillos de aproximación de derivadas primera y segunda empleando el método de diferencias finitas (Shih,1984).

El modelo totalmente explícito es altamente inestable y requiere unos pasos de tiempo muy pequeños para obtener una solución correcta. Por otra parte, el modelo totalmente implícito produce unos resultados no adecuados, aunque sí estables. Por ello, aquí utilizamos la aproximación de Crank-Nicholson para expresar los términos de derivada temporal y de la laplaciana espacial.

En 1997, Quinn et al desarrollaron un modelo numérico en diferencias finitas unidimensional para predecir la distribución de temperaturas en el electrodo revestido (Quinn,1997).

En marzo de 2006, Wang et al realizan un trabajo de investigación sobre las ecuaciones tridimensionales de la transmisión de calor en sólidos durante el proceso de soldeo por arco-plasma, basadas en las leyes de conservación de la energía, de conservación de la masa y en la ecuación del momento cinético. Estas ecuaciones describen el fenómeno físico de la convección en el baño de soldeo y de la transferencia de calor a la pieza durante el proceso de soldeo por arco plasma. Se indicaron las condiciones de frontera para el desarrollo de las ecuaciones. El efecto del material de aportación en el baño de soldeo junto con el metal base fundido se consideran en la simulación numérica. Las correlaciones de la temperatura y las propiedades termofísicas de la aleación de aluminio 2219 se establecieron cuantitativamente. Se usó el método de diferencias finitas para resolver las ecuaciones diferenciales. Se validó el modelo con los oportunos experimentos (Wang, 2006).

Unos meses más tarde, Wang et al. publicaron otro trabajo de investigación donde el baño líquido que se produce en la soldadura por arco plasma se simuló a través de los modelos

desarrollados sobre el sólido utilizando el sistema de coordenadas curvilíneas en las ecuaciones ortogonales que representan los fenómenos físicos en el baño de soldeo. En la simulación están consideradas la temperatura del material, las propiedades termofísicas, el material de aportación y el material base que se ha fundido durante el proceso. Se predice la evolución temporal de la geometría del baño de soldeo. Se han calculado para diferentes condiciones de soldadura la geometría del baño de soldeo. Se analizan los efectos que produce en el tamaño del baño de soldadura, el metal de aportación con una mayor conductividad térmica y la viscosidad. Se ha calculado la distribución de temperaturas para el procedimiento de soldeo por arco plasma. Además, los modelos numéricos utilizados fueron validados experimentalmente (Wang, 2007).

Roy, T. et. al, presentaron un trabajo de investigación que describe un procedimiento de cálculo para la predicción detallada de los perfiles de temperatura y la dilución del metal en el procedimiento de soldadura electroslog para placas de acero dulce. Los perfiles de temperatura en el metal fundido se calculan en tres dimensiones bajo condiciones constantes. Los valores de los patrones de generación del calor necesario para fundir el metal se calculan mediante la resolución de las ecuaciones tridimensionales del campo eléctrico en la región del metal líquido. El porcentaje de dilución de la soldadura está calculada en función de la evolución temporal de la ecuación del calor en tres dimensiones. Para resolver estas ecuaciones se emplea el método de diferencias finitas, y como resultados se tiene una predicción de los perfiles de temperatura y del porcentaje de dilución del metal (Roy,1980).

Kharab, presentó un trabajo de investigación donde se muestra como un programa implementado en hoja de cálculo se puede usar para encontrar soluciones numéricas de ecuaciones diferenciales parciales parabólicas utilizando el método de Crank-Nicolson. Se realiza una macro completa en Lotus 123 para resolver el problema de la transmisión de calor en sólidos. Sirve como ejemplo para que los ingenieros puedan utilizar sus propios programas implementados en hoja de cálculo para la solución de estos problemas (Kharab,1996)

Estrems et al. presentan un modelo numérico para calcular el campo de temperaturas en la zona afectada por el calor en la soldadura de dos chapas de acero inoxidable AISI 304 de 2 mm de espesor, soldadas mediante el procedimiento GTAW sin aportación de material. Se ha desarrollado un programa informático implementado en libros de cálculo MS-Excel con Visual Basic para aplicaciones (VBA). Se lleva a cabo la validación del modelo matemático realizando una comparación con los resultados experimentales, obteniendo una razonable concordancia entre la predicción del modelo matemático y la distribución de temperaturas medida experimentalmente. Con este sencillo modelo el proyectista podrá simular los ciclos térmicos del proceso y predecir el campo de temperaturas en las proximidades del cordón (Estrems, 2007).

7. Conclusiones

Los métodos numéricos de los problemas de transmisión de calor por conducción son muy apropiados cuando la geometría del cuerpo conductor complica la solución analítica, o cuando en los contornos hay radiación, o cuando se trata de cuerpos con generación de calor. Los métodos numéricos que se aplican a los problemas de transmisión de calor por conducción transitoria son el método de las diferencias finitas, el método de los elementos finitos, método de volúmenes finitos y método de redes. Pero, los métodos más utilizados para calcular la distribución de temperaturas producida durante la soldadura, son el método de elementos finitos

y diferencias finitas, por tanto, se destacan ventajas e inconvenientes de ambos métodos numéricos.

El método de diferencias finitas es sencillo de plantear, se tiene que realizar una malla fina para obtener unos resultados fiables y los programas se suelen realizar por el usuario no son paquetes comerciales. Por el contrario, el método de los elementos finitos es más complicado de plantear, pero admite un mallado más grueso y los programas informáticos son más versátiles que el método anterior y existen muchos programas comerciales como el Cosmos, Abaqus, Ansys etc..

Por tanto, siempre existirán casos en los que puede existir duda de aplicar una solución numérica o analítica. En este caso deberán valorarse otros aspectos como la precisión, o el hecho de que los métodos numéricos obtienen directamente la distribución de temperaturas en todo el sólido. Con la solución analítica obtendremos la temperatura punto a punto, excepto en el caso en que se arbitre la solución analítica a través de un programa informático.

Como conclusión, se puede afirmar que existen varias posibilidades en las que se aplicaran los métodos analíticos:

- 1) Conducción estacionaria, unidireccional en placas, cilindros y esferas.
- 2) Conducción transitoria unidireccional de placas sin generación de calor y condiciones de contorno lineales.

Por lo tanto, donde no se tiene duda de la ventaja de los métodos numéricos es en los casos siguientes:

- 1) Conducción tridimensional y muchos casos de conducción bidimensional.
- 2) Conducción de calor con generación de calor variable o propiedades variables.
- 3) Conducción de calor en sólidos de geometría irregular
- 4) Conducción con condiciones de contorno no lineales.

La última elección hace referencia al método numérico que sea más adecuado, probablemente, el futuro este en el método de los elementos finitos, sin embargo, pueden afrontarse programas basados en las diferencias finitas muy versátiles y este método tiene la ventaja de que su comprensión es inmediata. El método de elementos finitos requiere de una preparación previa y el proceso de aprendizaje es más largo.

Referencias

Alhama, F. "Estudios de respuestas térmicas transitorias en procesos no lineales de conducción de calor mediante el método de simulación de redes" Tesis Doctoral, Universidad de Murcia (1998)

Alhama, F., Alcaraz, D., González-Fernández C.F. "Solución numérica de procesos de transferencia de calor en aleaciones con condiciones de contorno no lineales" Rev. Metal Madrid Vol. Extr. (2005) pp.304-308

Ashby, M. "Physical modelling of materials problems" Materials Science and Technology, 8, pp. 102-111, 1998

Bonifaz E.A. "Finite Element Análisis of heat flow in single-pass arc welds". Welding Journal. 2000.pp. 121-125

- Bullón, W. et al., "Simulación de un proceso de soldadura mediante un modelo termo-mecánico considerando el efecto de esfuerzos residuales utilizando el método de los elementos finitos" VIII Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Perú, Cusco, 23 al 25 de octubre de 2007.
- Burgos, J.L. y García, Y. "Obtención del campo de temperaturas en juntas soldadas mediante el empleo de MEF". Revista de la Facultad de Ingeniería de la U.C.V. Vol 18,nº 2, pp.31-37, 2003.
- Carslaw, H. S., and Jaeger, J. C. 1967. "Conduction of Heat in Solids", Oxford University Press, Cambridge, U.K., pp. 255.
- Choi, J. H., Lee, J. Y., and Yoo, C. D., 2001, "Simulation of Dynamic Behavior in a GMAW System," *Welding J.*, **80**, pp. 239s-245s.
- Choi, S. K., Ko, S. H., Yoo, C. D., and Kim, Y. S., 1998, "Dynamics Simulation of Metal Choo, R; Szekely, J" Modeling of High-Current Arcs with Emphasis on Free Surface
- Christensen, N., Davies, V., and Gjermundsen, K. 1965. "The distribution of temperature in arc welding". *British Welding Journal* 12(2): 54–75.
- Eager, T. W., and Tsai, N. S. 1983. "Temperature fields produced by traveling distributed heat sources". *Welding Journal* 62(12): 346-s to 355-s.
- Estrems, M, Martinez, E. J., Miguel, V. "Aplicación de Crack- Nicholson para el cálculo de ZAT en la soldadura TIG de una estructura metálica de acero inoxidable." En Actas del XI Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos. (Vigo 25-27 de Septiembre de 2007),vii, [S.I.]: [s.n.],2007. p. 325-335.
- Felizardo, I. "Estudio Experimental e Numerico do Aquecimento do Electrodo Revestido durante a Soldagem", UFMG,Belo Horizonte, Brasil, Tese, 2003.
- García Rodríguez, Y. y Burgos Sola, J. "Procedure for the obtaining by means of MEF of the thermal fields, deformations and residual tensions in welded unions". *Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia*, abr. 2007, vol.30, no.1, p.13-22. ISSN 0254-0770
- García, Y., Bejar A. "Obtención de los campos térmicos mediante el Método de los Elementos Finitos en las reparaciones por soldadura en equipo o estructuras metálicas de gran importancia". XV Congreso Internacional de Metalurgia y Materiales. Instituto Tecnológico de Saltillo, México. Noviembre 2003.
- Goldak J., Moashi Gu, "Numerical Aspect of model ling weld". Moashigu, Carleton University. ASM Hand book, Vol 6 Welding, Brazing and Soldering. 1999.
- Goldak, J., Chakravarti, A., and Bibby, M. 1985. "A Double Ellipsoid Finite Element Model for Welding Heat Sources", IIW Doc. No. 212-603-85.
- Gómez, L. "Modelamiento y simulación del efecto de la entrada de calor en la penetración de una junta soldada". *DYNA*,pp. 27-34, Medellín, Marzo 2003, ISSN-0012-7353
- González-Fernández C.F. y Alhama F. "Heat transfer and the Network Simulation Method". In *Network Simulation Method*, Ed. Research Signpost, Trivandrum, India, 2002, pp.35-58
- Guo Xu, William W. Schultz, Elijah Kannatey-Asibu Jr., S.Jack Hu and Pei-Chung Wang " Modeling of metal transfer in short circuiting arc welding" Proceeding of IMECE04 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 13-20, 2004, Anaheim, California, USA.

- Jeong, S. K., and Cho, H. S. 1997. "An analytical solution to predict the transient temperature distribution in fillet arc welds". *Welding Journal* 76(6): 223-s to 232-s.
- Jou, M. "Experimental Study and Modeling of GTA Welding Process" *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol.125,2003, pp.801-808
- Kharab, A. "Use of spreadsheet program to solve parabolic partial differential equations using Crank-Nicolson method". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1996, vol. 27, No 2, pp. 261-271
- Kim, W. et al., "A Mathematical Model of Gas Tungsten Arc Welding Considering the Cathode and the Free Surface of the Weld Pool". *Metallurgical and Materials Transactions B*. 28B. pp.679-686, 1997.
- Lin, M. and Eagar, T. "Pressures produced by Gas Tungsten Arcs" *Metallurgical Transactions B*, 17B, p601-607, 1986.
- Maxunawa, A. "Modelling of Heat and fluidflow in arc weld" *Proc Int. Trends in welding search ASM International*, 1992.
- Mazur,Z; et al. "Predicción numérica de la microestructura de la zona afectada por el calor durante el proceso de soldeo SMAW en el acero al Cr-Mo-V" *Rev. Metal Madrid* 37 (2001) pp. 563-572
- Nguyen, N. T., Ohta, A., Matsuoka, K., Suzuki, N., and Maeda, Y. 1999." Analytical solution for transient temperature in semi-infinite body subjected to 3D moving heat sources". *Welding Journal* 78(8): 265-s to 274-s.
- Painter, M. J., Davies, M. H., Battersby, S., Jarvis, L., and Wahab, M. A. 1996. "A literatura review on numerical modelling the gas metal arc welding process". *Australian Welding Research*, CRC. No. 15, Welding Technology Institute of Australia.
- Patankar,S."Numerical heat transfer and fluid flow" Editorial Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
- Peric, M. Ferziger, J."Computational Methods for Fluid Dynamics". Editorial Springer, 2ª Edition, Berlin, 1997.
- Phenomena in the Weld Pool". *Welding Journal*. pp. 346s-361s,1990.
- Quinn, T.P et al. "A melting rate and temperature distribution model for shielded metal arc welding electrodes" *Welding Journal*, Vol 76, Nr 12,1997, pp.532-538.
- Ramos Morales, F., et al. "Modelo de elementos finitos para determinar el campo de temperaturas en una costura de filete" *Ingeniería* 11-3(2007) pp.33-42
- Romaní, G; Portolés A. "Modelo tridimensional de simulación por MEF para estudiar la influencia de variables esenciales de soldadura robotizada GMAW en uniones soldadas" *Rev. Soldadura y Tecnologías de Unión*. 4, (2005) pp.355-361
- Rosenthal, D. 1941. "Mathematical theory of heat distribution during welding and cutting". *Welding Journal* 20(5): 220-s to 234-s. **20** (5) (1941), pp. 220–234.
- Roy, T. Szekely J and Eagar T. "Mathematical modeling of the temperature profiles and Weld dilution in electroslag welding of steel plates" *Modeling of casting and welding processes*, 1980, pp. 197-212
- Shih, T. M. (1984), "*Numerical heat transfer*" 1ª edición, 563 páginas. Taylor & Francis, Londres.

Stone,H. "Iterative solution of implicit approximations of multidimensional partial differential equations". Numerical Analysis, 3, (5), p530-558, 1968.

Suarez J.C. "Modelización numérica de los cambios microestructurales en la soldadura de aceros HSLA microaleados". Tesis doctoral. Ed. Universidad Complutense. Madrid, 1990

Torres J. "Evolución microestructural de la aleación de aluminio 6061 durante el proceso de soldadura MIG" Ingeniería & Desarrollo. Universidad del Norte, 12, pp. 52-65,2002

Transfer in GMAW - Part 2: Short-Circuiting Transfer Mode," Welding J., **77**, pp. 45s-51s.

Wang H.X, Wei, Y.H. Yang, C.L. "Numerical calculation of variable polarity keyhole plasma arc welding process for aluminium alloys based on finite difference method" Computational Materials Science 40 (2007) pp. 213-225

Wang H.X, Wei, Y.H. Yang, C.L. "Numerical simulation of variable polarity vertical-up plasma arc welding process" Computational Materials Science 38(2007) pp. 571-587