DISEÑO DE TRANSMISIONES DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS MEDIANTE OPTIMIZACIÓN GENÉTICA

Sánchez, S.; Colomer, V.; Pla, R.[(p)]; Sánchez, A.

Abstract

In this paper a genetic algorithm (GA)-based optimization procedure for the design of gear transmissions is presented. For gear design, simultaneous discrete (p.e. pitch) and continuous variables nonlinear related are used. However, most optimization methods are suited for continuous design variables.

The approach presented uses Gas as a tool to achieve not only the optimal design, but also a near-optimal designs.

First, the optimization problem is formulated. It must be multiobjective (maximum strength, minimum energetic losses, etc) and restricted. A mechanism to transform the constrained problem into unconstrained thought penalty functions is proposed. Recommendations on the objective function and penalty terms are proposed.

Next a design variables coding and decoding method, as well the genetic operators of reproduction, crossover and mutation are presented.

Finally, it is analyzed an example in which the developed genetic algorithm has been used, comparing the obtained results from a previous optimization.

Keywords: Genetic Algorithm, optimization, transmission, gear

Resumen

En el presente artículo se expone un procedimiento de diseño de transmisiones de engranajes basado en algoritmos genéticos (GA). En el diseño de engranajes se emplean simultáneamente variables continuas y discretas (p.e. el paso) relacionadas entre si de forma no lineal. Sin embargo, la mayoría de métodos de optimización sólo funcionan adecuadamente con variables de diseño continuas.

El enfoque del presente trabajo emplea los GAs como una herramienta que nos permita encontrar tanto un diseño óptimo, como un conjunto de diseños cercanos al óptimo.

En primer lugar se formula el problema de optimización. Este debe ser multiobjetivo (máxima resistencia, mínimas pérdidas energéticas, etc.) y restringido. Se propone un mecanismo para transformar el problema restringido a no restringido mediante el empleo de funciones de penalización. Se proponen recomendaciones sobre la elección de la función objetivo y los términos de penalización de la misma.

Seguidamente se plantea el método de codificación y decodificación de las variables de diseño, así como los operadores génicos de reproducción, cruce y mutación

Para finalizar se analiza un ejemplo en el que se implementa el algoritmo genético expuesto comparando los resultados con los obtenidos en una optimización previa.

Palabras clave: Algoritmos genéticos, optimización, transmisión, engranaje

1. Introducción

Durante los últimos treinta años se han desarrollado numerosos métodos para resolver problemas de optimización específicos relacionados con la mecánica [1], [2]. Sin embargo no se ha encontrado un método sencillo que sea completamente eficiente y robusto aplicable a todo el rango de problemas de optimización [3].

La optimización de transmisiones engranajes representa uno de los problemas de optimización más complejo que podemos encontrar, tanto por la variedad de objetivos de optimización que se pueden plantear, como por la relación existente entre las diferentes variables que intervienen en dicho proceso.

Las variables que intervienen en el diseño pueden ser discretas (p.e. módulo, número de dientes, etc), como continuas (p.e. ángulo de hélice, ancho, desplazamiento del dentado, etc). Sin embargo, la mayoría de métodos tradicionales de optimización son adecuados para el empleo de variables continuas.

La obtención del máximo o mínimo en un proceso de optimización donde intervienen variables discretas es mucho más complicada y laboriosa que cuando intervienen variables continuas. Sólo existen uno pocos métodos [4] para realizar este tipo de optimización, entre los que destacan las técnicas de enumeración completa, programación entera, algoritmos de *“branch and bound”* y programación dinámica.

Cuando además se mezclan variables continuas y discretas, relacionadas de forma no lineal, el espectro de métodos se reduce aún más.

Durante los últimos quince años se ha producido un interés creciente en el empleo de métodos optimización basados en lo que se ha venido a llamar *“soft computing”*, de entre las cuales destacan los algoritmos evolutivos y el *“simulated annealing”*.

De entre este conjunto de técnicas, no se ha encontrado una que se demuestre más ventajosa en todos los casos, sino que más bien cada tipo de problema tiene una, o varias técnicas adecuadas.

Los métodos de optimización existentes en el diseño de engranajes [5] buscan obtener un óptimo general para una aplicación de mecánica general, sin que permitan la posibilidad de otro tipo de optimizaciones como la minimización de costes, de potencia específica, la maximización del rendimiento, etc…

2. Objetivos

Lo que pretende el presente trabajo, es el desarrollo de una técnica general que pueda aplicarse en todos los casos y que se adapte a las condiciones de optimización concretas de cada caso.

De entre las técnicas anteriormente descritas optamos por los algoritmos evolutivos. Este conjunto de técnicas se clasifican a su vez en: programación evolutiva, estrategias evolutivas y algoritmos genéticos.

De entre este conjunto de técnicas vamos a optar por el empleo de algoritmos genéticos, por su facilidad de implementación y por que en cierto modo, a partir de esta técnica pueden desarrollarse en un futuro las demás.

Debe tenerse en cuenta que tal y como hemos relatado, no puede preverse cual es la mejor técnica a priori. Solo el empleo de todas ellas puede determinar cual es la más adecuada para este caso.

3. Descripción de los algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos se basan en la estrategia de desarrollar modelos basados en los mecanismos de la evolución genética basados en la teoría darwiniana [6]. Las características fundamentales de los algoritmos genéticos (GAs) se basan en los principios de supervivencia de los mejor adaptados y adaptación al medio.

El punto de partida es una población de individuos generada aleatoriamente, cuyas variables de diseño se codifican siguiendo las leyes de la genética. Cada una de las variables de diseño representa un gen o genotipo, que se codifican generalmente de forma binaria. Esta representación binaria se denomina fenotipo. El conjunto de los genes (o fenotipos) que constituyen un individuo se denomina cromosoma.

A continuación el algoritmo genera, siguiendo unas reglas, nuevas poblaciones formadas por los individuos mejor adaptados a su entorno. Dicho de otro modo se seleccionan aquellos individuos mejor valorados por la función objetivo.

Las reglas básicas que rigen la creación de nuevas poblaciones son: la reproducción, el cruce y la mutación. Esto se consigue mediante la aplicación de los operadores genéticos de reproducción, cruce y mutación, de naturaleza fundamentalmente estocástica.

La principal ventaja de este método frente a los tradicionales reside en el hecho de que se explora de forma simultánea todo espacio de soluciones. En todos los caso, la convergencia hacia un máximo está asegurada. Este máximo no tiene porque ser el máximo absoluto, puede ser un máximo relativo, pero tiene mayores probabilidades de obtener un máximo absoluto que los criterios tradicionales basados en el gradiente. Esto es debido a que el método permite algunos individuos de la población efectúen saltos en la búsqueda del óptimo a pesar de que la mayoría se focalicen en la búsqueda del mismo óptimo. Este salto lo permite el empleo del operador de mutación.

La velocidad en la convergencia, y en la obtención del mínimo global depende fundamentalmente de la selección del tipo y los parámetros de los tres operadores genéticos.

4. Formulación del problema de optimización de engranajes

La determinación de la geometría óptima del dentado es una operación compleja. La cantidad de parámetros que intervienen en la formulación del cálculo es significativa. Los métodos de cálculo de engranajes son también abundantes: normas AGMA, ISO, DIN, VDI, AFNOR, Henriot, Niemann, etc…

Se busca desarrollar un método de dimensionamiento automático de engranajes cilíndricos rectos o helicoidales que obtenga un resultado óptimo con un mínimo esfuerzo por parte del diseñador.

En un futuro se pretende implementar el algoritmo en un software de diseño de engranajes.

4.1 Parámetros de trabajo

Los parámetros de trabajo en un problema de optimización estándar son: Potencia a transmitir $\mathbf{P_{trans}}$, relación de reducción $\mathbf{i}=n_2/n_1$ (siendo n_1 la velocidad a la entrada y n_2 a la salida) y la duración **N**. También se requiere determinar a priori la fiabilidad, la precisión del mecanizado, velocidad de giro del piñón $\mathbf{n_i}$ y el coeficiente de seguridad **n**.

4.2 Variables de diseño

Las variables de diseño fundamentales son: el ancho **b**, el número de dientes del piñón $\mathbf{z_1}$ y la corona $\mathbf{z_2}$, los coeficientes de desplazamiento del dentado $\mathbf{x_1}$ y $\mathbf{x_2}$, el módulo normal (de la herramienta de corte) $\mathbf{m_0}$, el ángulo de hélice β, y los materiales del piñón **MAT1** y **MAT2** de la rueda.

Sólo los desplazamientos del dentado y el ángulo de hélice son variables continuas, mientras que todas las demás son variables continuas delimitadas entre un valor máximo y mínimo.

4.3 Fórmulas empleadas en el cálculo

Los detalles de la teoría de cálculo de engranajes pueden encontrarse la norma ISO 6336 Método B y en el libro de Henriot [7]. Se han obtenido las ecuaciones de ajuste correspondientes a las gráficas que aparecen en el método de cálculo.

g_{s1} y g_{s2} son las velocidades de deslizamiento en el primer y último punto de contacto. Se obtienen a partir de las velocidades periféricas del piñón u_1 y la rueda u_2. Dichas velocidades se obtienen de la velocidad de giro del engranaje y el radio de curvatura en el punto de contacto considerado:

$$u_i = \omega_i \cdot r_i \tag{1}$$

La velocidad de deslizamiento es la diferencia entre las dos velocidades periféricas:

$$v_g = u_2 - u_1 = \omega_2 \cdot r_2 - \omega_1 \cdot r_1 \tag{2}$$

El deslizamiento específico del piñón es la relación entre la velocidad específica y la velocidad en el punto de contacto:

$$g_{s1} = \frac{u_2 - u_1}{u_1} = \frac{u_2}{u_1} - 1 = \frac{\omega_2 \cdot r_2}{\omega_1 \cdot r_1} - 1 = i \cdot \frac{r_2}{r_1} - 1 = i \cdot \frac{1}{\dfrac{a' \cdot sen\alpha'}{\sqrt{r_{a2}^2 + r_{b2}^2}} - 1} - 1 \tag{3}$$

$$g_{s2} = \frac{u_1 - u_2}{u_2} = \frac{u_1}{u_2} - 1 = \frac{\omega_1 \cdot r_1}{\omega_2 \cdot r_2} - 1 = \frac{1}{i} \cdot \left[\frac{a' \cdot sen\alpha'}{\sqrt{r_{a1}^2 + r_{b1}^2}} - 1 \right] - 1 \tag{4}$$

Donde a’ es la distancia entre centros de funcionamiento, a’ es el ángulo de presión de funcionamiento y r_{ai} ,r_{bi} son los radios de cabeza y de base del piñón y la corona.

El deslizamiento específico es el responsable del desgaste, por ello en el proceso de optimización los deslizamientos específicos deben estar equilibrados para lograr que ambos se desgasten por igual.

El cálculo resistente contempla el posible fallo superficial en los flancos de los dientes y el fallo en el pie de los dientes.

El fallo superficial se previene por la aplicación de la teoría de Herz aplicada al contacto superficial entre dos cilindros, cuyos radios corresponden a los radios instantáneos de curvatura de los flancos. La potencia máxima transmisible para que no se produzca el fallo superficial P_{pres} se obtiene por la comparación entre la tensión de contacto generada en el flanco de los dientes y la máxima tensión de contacto que soporta el material

El fallo por ruptura en el pie del diente se previene por el cálculo a flexión en el pie del flanco. La potencia máxima transmisible para que no se produzca el fallo en el pie del diente

P_{rup} se obtiene por la comparación entre la tensión de flexión en el pie del flanco y la máxima tensión admisible por el material.

Debe comprobarse que ambas potencias son mayores que la potencia que se requiere transmitir, con un factor de seguridad suficiente. Asimismo, las dos potencias, deberían estar lo mas igualadas posible.

4.4 Objetivos particulares del proceso de optimización

El proceso de optimización requiere de una serie de criterios particulares además de los criterios generales enunciados anteriormente.

Estos criterios particulares son:

1. Equilibrar, con cierto margen de tolerancia, los deslizamientos específicos del piñón y la corona. Este factor influye directamente en el desgaste y el rendimiento.
2. Equilibrar las potencias transmisibles P_{pres}, P_{rup} de acuerdo con un criterio de fallo o ruptura.
3. Asegurar un ratio de contacto transversal mínimo.
4. Limitar la velocidad periférica máxima.
5. Asegurar que no se produce interferencia en el montaje.
6. Asegurar que la relación ancho/diámetro de los engranajes se encuentre dentro de un rango posible.

4.5 Formulación algebraica del problema

En base a todo lo comentado anteriormente podemos formular algebraicamente el problema:

– Minimizar el peso de los engranajes:

$$F = f\left(b, z_1, z_2, m_0\right) = b \cdot \left[m_0^2 \cdot \left(z_1^2 + z_2^2\right) - \left(d_{i1}^2 + d_{i2}^2\right)\right] = W \quad (5)$$

Donde d_{i1} y d_{i2} es el diámetro del agujero del eje y la corona.

– Sujeto a:

$$G_1\left(MAT, b, m_0, z, \omega, K....\right) = P_{rup} - n \cdot P_{trans} \leq 0 \quad (6)$$

$$G_2\left(MAT, b, m_0, z, \omega, K....\right) = P_{pres} - n \cdot P_{trans} \leq 0 \quad (7)$$

$$G_3\left(MAT, b, m_0, \omega, z, K....\right) = P_{rup} - P_{pres} \leq 0 \quad (8)$$

$$G_4\left(g_{s1}, g_{s2}\right) = g_{s1} - g_{s2} \leq 0 \quad (9)$$

$$G_5\left(a, a_{\min}\right) = a_{\min} - a \leq 0 \quad (10)$$

$$G_6\left(z_1, z_{1\min}\right) = z_{1\min} - z_1 \leq 0 \quad (11)$$

$$G_7\left(z_1, z_2, v\right) = \frac{v \cdot z_1}{100}\sqrt{\frac{z_2^2}{z_1^2 + z_2^2}} - 10 \leq 0 \quad (12)$$

$$G_8\left(b, m_0, z_1\right) = \frac{b}{m_0 \cdot z_1} - 2,5 \leq 0 \tag{13}$$

$$G_9\left(m_0, ...\right) = s_{an} - 0,2 \cdot m_0 \leq 0 \tag{14}$$

$$G_{10}\left(z_1, z_2, i\right) = \frac{z_1}{z_2} - i \leq 0 \tag{15}$$

$$z_1 \wedge z_2 \in \text{impares} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} & b^L \leq b \leq b^H \in \square \\ & z_1^L \leq z_1 \leq z_1^U \in \square \\ & z_2^L \leq z_2 \leq z_2^U \in \square \\ & x_1^L \leq x_1 \leq x_1^U \in \square \\ & x_2^L \leq x_2 \leq x_2^U \in \square \end{aligned} \tag{17}$$

Donde G_1, G_2 y G_3 representan la condición de resistencia a la rotura y al contacto superficial y la condición de igualdad entre ambas. G_4 representan la condición de igualdad entre los deslizamientos específicos del piñón y la corona. G_5 muestra la condición de no interferencia entre el piñón y la corona, asegurando una distancia entre centros mínima. G_6 asegura que el número de dientes del piñón sea mayor al mínimo necesario para que no se produzca socavamiento en este por interferencia con la herramienta de corte. G_7 representa la limitación de la velocidad periférica del dentado. G_8 previene contra una anchura excesiva del engranaje. G_9 previene contra un apuntamiento excesivo del diente del engrane. G_{10} impone la relación entre el número de dientes y el ratio de reducción.

La restricción (16) impone que bien el piñón, bien la corona tengan un número impar de dientes.

El resto de restricciones (17) marcan los límites y naturaleza de las diferentes variables.

Como se puede apreciar, las variables de diseño aparecen en la formulación del problema tanto de forma explícita como implícita.

5. Formulación del algoritmo genético para la resolución del problema

La resolución de problemas de optimización mediante algoritmos genéticos no genera un único algoritmo para resolver un tipo de problema concreto. Los operadores de reproducción, cruce y mutación no son únicos sino que existen numerosas formas de implementación de los mismos.

Asimismo la forma de tratar la función objetivo o de penalización y las restricciones tampoco es única, pudiendo emplearse diferentes enfoques: funciones de penalización estáticas, dinámicas, adaptativas, covolucionarias, de muerte súbita, etc….

Es por esto que se obtienen algoritmos diferentes cuya velocidad de convergencia y capacidad de obtener un óptimo global varían entre si.

La determinación del algoritmo óptimo para la resolución de un tipo de problema concreto requiere de la realización de diferentes ensayos con diferentes tipos de operadores. Este benchmarking se realiza mediante “problemas tipo” representativos del tipo de problema en cuestión.

5.1 Codificación de las variables de diseño

Con el fin de facilitar el proceso de codificación y de agilizar los cálculos, no se codifica todo el conjunto de variables que intervienen en el proceso de diseño de los engranajes. De todo el conjunto de variables se selecciona el conjunto de las variables de diseño expuestas anteriormente. No sería excesivamente complicado añadir más variables al conjunto, sin embargo determinadas variables como los parámetros de trabajo descritos, suelen quedar determinadas a priori por el diseñador en el proceso de optimización.

De este modo el genotipo (o cromosoma) de un individuo cualquiera de la población quedará determinado por el siguiente vector:

$$\{b \quad z_1 \quad z_2 \quad m_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \beta \quad MAT1 \quad MAT2\} \tag{18}$$

La codificación de las variables de forma binaria se hace de forma diferente según se trate de variables continuas o discretas.

La longitud de la cadena de bits para una variable discreta se obtiene mediante la ecuación:

$$2^n = \lambda \tag{19}$$

Donde **n** es el número de bits necesarios para la codificación y λ es el número de posibles valores que puede tomar la variable.

De este modo si el número de módulos normalizados de la serie preferente es de 34 harán falta 6 bits para codificar la variable. El número total de valores que podremos codificar entonces será de 2^6= 64 valores. Dado que el número de elementos que necesitamos en la lista de módulos es de 34 nos quedarían 30 “huecos” en la lista. Para evitar este inconveniente se suele rellenar los huecos repitiendo los 30 primeros elementos de la lista o bien se rellenan con 30 elementos aleatorios de la lista.

La longitud de la cadena de bits para una variable continua se obtiene mediante la ecuación de Hajela [8]:

$$2^n \geq \frac{X_U - X_L}{A_C} \tag{20}$$

Donde $\mathbf{X_U}$ y $\mathbf{X_L}$ son los límites superior e inferior de la variable continua X y $\mathbf{A_C}$ es la precisión requerida en el proceso de discretización de la variable continua.

De este modo si queremos discretizar la variable de desplazamiento del dentado **x**, que toma valores entre -0,5 y 0,5 con una precisión de al menos 0,025 tendremos:

$$2^n = \frac{0,5-(-0,5)}{0,025} = \frac{1}{0,025} = 40 \tag{21}$$

Harán falta por lo tanto un total de 6 bits para poder codificar el parámetro con la precisión requerida. El número de divisiones de la discretización será de 64 lo cual da un escalón entre valores de:

$$\delta = \frac{0,5-(-0,5)}{64} = 0{,}015625 \tag{22}$$

Como se puede apreciar la resolución de la discretización es mayor a la precisión requerida inicialmente.

Siguiendo el procedimiento descrito, se codifican todas las variables con las siguientes resoluciones: ancho 4 bits, número de dientes 6 bits, módulo 6 bits, desplazamiento del dentado 6 bits, ángulo de hélice 4 bits y material 3 bits.

Al codificar las variables de forma binaria obtenemos el fenotipo, sobre el cual aplicaremos los operadores genéticos:

$$\text{GENOTIPO } \{b \quad z_1 \quad z_2 \quad m_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \beta \quad MAT1 \quad MAT2\} \tag{23}$$

$$\text{FENOTIPO } \{1001 \quad 110011 \quad 101111 \quad 100101 \quad 101111 \quad 101111 \quad 1101 \quad 011 \quad 101\} \tag{24}$$

5.2 Función de penalización

La medida de la aptitud de los individuos en las sucesivas generaciones se mide mediante la función de penalización. Existen varias diferencias entre la función objetivo enunciada anteriormente en (5) y la función de penalización empleada en la evaluación de la "aptitud" de los individuos.

La función de penalización se emplea para convertir un problema de optimización restringido (o multicriterio) en un problema no restringido. Esto se consigue introduciendo las restricciones en la función objetivo inicial, de modo que si alguna restricción no se cumple, se le añade una penalización de manera proporcional al grado de violación de la restricción.

A esta función objetivo modificada se le denomina función de penalización.

Existen varios enfoques a la hora de construir la función de penalización: estáticas, dinámicas, adaptativas, covolucionarias, etc… El empleado en esta optimización es el de una función cuadrática estática. La formulación de la función de penalización se realiza del siguiente modo:

$$F = W \cdot \prod_{i=1}^{m} \Phi_i \tag{25}$$

Donde Φ_i es el valor de penalización para la restricción G_i, y *W* es el peso total.

El cálculo de los valores de penalización se realizan mediante la expresión cuadrática:

$$\Phi_i = 1 + r_i \cdot (q_i - 1) \tag{26}$$

Donde r_i es el término de penalización cuadrática de la restricción i y mide la importancia otorgada a la violación de cada restricción.

q_i se define como:

$$q_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \dfrac{|p_i|}{(p_i)_{\max}} \leq 1 \\ \dfrac{|p_i|}{(p_i)_{\max}} & \text{si } \dfrac{|p_i|}{(p_i)_{\max}} > 1 \end{cases} \tag{27}$$

Donde p_i es el parámetro o expresión de la restricción y $(p_{max})_i$ es el valor límite para ese parámetro o expresión.

5.3 Operadores genéticos

Operador de selección o "reproduction":

Existen diferentes formas de implementar este operador genético: reproducción proporcional, selección por ranking, por grupos, por torneo, etc.…

Para este estudio hemos empleado una selección por grupos, en la cual los individuos de la población se ordenan de acuerdo a su adecuación o *"fitness"* de mejor a peor.

A continuación, se divide la población en dos grupos, asignándosele una probabilidad de selección a cada grupo.

Operador de *__cruce__* *o "crossover":*

Al igual que en el resto de operadores, existen diferentes modelos para el operador de cruce: fijo, flexible, uniforme, adaptativo, etc…

En este estudio se selecciona el operador de cruce fijo por fenotipo y por un punto de la del cromosoma. Es uno de los mas simples y se forma partiendo el cromosoma de los padres seleccionando el punto de corte entre dos fenotipos dentro de la cadena. P.e.

$$\text{PADRE} \; \{1001 \quad 110011 \quad 101111 \,\|\, 100101 \quad 101111 \quad 101111 \quad 1101 \quad 011 \quad 101\} \tag{28}$$

$$\text{MADRE} \; \{1011 \quad 100011 \quad 100111 \,\|\, 111101 \quad 101001 \quad 101001 \quad 1001 \quad 001 \quad 111\} \tag{29}$$

CORTE

$$\text{HIJO1} \; \{1001 \quad 110011 \quad 101111 \quad 111101 \quad 101001 \quad 101001 \quad 1001 \quad 001 \quad 111\} \tag{30}$$

$$\text{HIJO2} \; \{1011 \quad 100011 \quad 100111 \quad 100101 \quad 101111 \quad 101111 \quad 1101 \quad 011 \quad 101\} \tag{31}$$

Operador de *__mutación__*:

Este operador permite explorar otras zonas del dominio de soluciones aun cuando la mayoría de soluciones convergen hacia un óptimo. Esto es lo que permite saltar de un óptimo local cuando el proceso de convergencia se empobrece debido al enfoque sobre un óptimo local.

Para su implementación se seleccionan aleatoriamente unos pocos individuos de la población después de haber llevado a cabo el proceso de selección y cruce. La proporción de individuos seleccionados viene de terminada por la probabilidad de mutación que no suele superar al 1% de la población. El valor típico es del 0,1%.

Una vez seleccionados los individuos, se seleccionan uno o varios alelos (bits de la cadena) y se intercambian los valores de 0 y 1. P.e.

$$\text{HIJO NATURAL} \; \{1011 \quad 100011 \quad 100111 \quad 100101 \quad 101111 \quad 101111 \quad 1101 \quad 011 \quad 101\} \tag{32}$$

$$\text{HIJO MUTADO} \; \{1011 \quad 100011 \quad 101111 \quad 000101 \quad 101111 \quad 101101 \quad 1101 \quad 011 \quad 101\} \tag{33}$$

El mecanismo de evolución se repite a lo largo de varias generaciones hasta que no se produzca un incremento de aptitud de los individuos. El miembro con mayor nivel de aptitud (fitness) será el diseño óptimo.

6. Ejemplo de aplicación

Este test analiza un problema típico de la bibliografía de optimización de engranajes [9]. En él se plantea la optimización de una pareja de engranajes cilíndricos que deben cumplir las siguientes especificaciones de diseño:

- Potencia a transmitir: 73 kW.
- Velocidad angular a la entrada: n1 = 2800 rpm
- Relación de reducción: i = ½
- Calidad de fabricación: ISO 6

- Duración: 3650 h. Trabajo normal sin impactos.
- Material Piñón: 34CrMo4 templado (34CD4 AFNOR, F 125 UNE).
- Material Corona: 20MnCr5 cementado (16NC6 AFNOR, F 158 UNE)

La siguiente tabla muestra los valores de referencia, el de una optimización previa obtenida por otro autor y el de la optimización obtenida mediante el método descrito.

Para poder comprobar la mejora en el método de optimización, se ha fijado el material del piñón y la corona en el análisis. Se han definido como valores de referencia los coeficientes de seguridad mínimos a rotura y a fatiga.

Variable	Solución de referencia	Optimización inicial	Optimización mejorada
Módulo (mm): m_0	3	2.5	2.5
Ancho (mm): b	27	20	45
Núm. Dientes piñón: z_1	24	29	17
Núm. Dientes corona: z_2	48	116	38
Desplazamiento piñón: x_1	0.16	0.3	0.2273
Desplazamiento corona: x_2	-0.16	0.008	-0.0038
Ángulo de hélice: β	0	0	36º
Coef. Seg. Rotura pie piñón	1.4170	0.9559	1.4633
Coef. Seg. Rotura pie corona	2.1737	1.3386	2.1090
Coef. Seg. a fatiga piñón	0.5673	0.5618	0.5763
Coef. Seg. a fatiga corona	1.1567	1.1179	1.1101
Peso (kg)	4.31	3.24	2.78

Tabla 1. Resumen de resultados.

Como puede apreciarse, la reducción de peso es de cerca del 35% respecto a la solución inicial y de un 14% con respecto a otra optimización propuesta anteriormente. Los coeficientes de seguridad están algo más equilibrados y no se ha producido apenas variación en la resistencia respecto a la solución original, mientras que es algo superior a la optimización propuesta previamente.

La posibilidad de poder modificar el material, incluyendo un término de penalización que incluyera el coste económico, nos permitiría optimizar aún más el problema.

7. Conclusiones

A partir del diseño inicial y después de 240 generaciones, se encuentra un conjunto de soluciones óptimas. El valor mostrado en la tabla 1 representa la mejor de todas, según la función de penalización obtenida

El método descrito es una verdadera herramienta de ayuda para el diseñador, quien finalmente selecciona la solución óptima de entre un conjunto de resultados óptimos. Debe tenerse en cuenta que el conjunto de restricciones no recoge el 100% de las posibles limitaciones o criterios de diseño Es pues responsabilidad del diseñador el realizar el ajuste fino seleccionando de entre los posibles resultados el que considere más conveniente.

El diseñador también puede adaptar el algoritmo a un problema particular simplemente añadiendo más variables al problema, codificándolas conforme al procedimiento descrito.

En el futuro se esperar implementar el algoritmo genético junto con el cálculo, en un programa informático que nos permita incluso comparar los óptimos resultantes de diferentes métodos de cálculo.

Referencias

[1] Gallagher, R.H.a.Z., O.C., Optimum Structural Design: Theory and Applicacions. 1973: John Willey and Sons.

[2] Hillier, F.S.a.L., G.J., Introduction to Mathematical Programming. 1990: McGraw-Hill.

[3] Rajeev, S.a.K., C.S., Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms. ASCE Journal of Structural Engineering, 1992. 118(5): p. 1233-1250.

[4] Arora, J., Methods for discrete variable structural optimization, in Recent Advances in Optimal Structural Design, S.A. Burns, Editor. 2002, ASCE. p. 1-40.

[5] A. Daidie, e.a. Dimmensionnement optimal d'un train d'engrenages à l'aide d'un logiciel CAO. in PRIMECA. 1993. Ecole Centrale de Paris.

[6] David, E.G. and H.H. John, Genetic Algorithms and Machine Learning. Mach. Learn., 1988. 3(2-3): p. 95-99.

[7] Henriot, G., Traité Théorique et Practique des Engrenages. 1979, París: Dunod.

[8] Hajela, P., Stochastic Search in Structural Optimization: Genetic Algorithms and Simulated Annealing. 1992. p. 611-635.

[9] Marcelin, J.L., Genetic Optimisation of Gears. Advanced Manufacturing Tecnology, 2001.

Agradecimientos

Al profesor Mihir Sen de la Universidad de Notre Dame por redescubrirnos los algoritmos genéticos.

Correspondencia (Para más información contacte con):

Escuela Politécnica Superior de Alcoy. Universidad Politécnica de Valencia.
Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales.
C/ Plaza Ferrándiz i Carbonell 2, 03801 Alcoy (España).
Phone: +34 966 52 85 75
Fax: + 34 966 52 84 09
E-mail: sasanca@dimm.upv.es