

ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DE NEUMÁTICOS DE TRACTORES Y MAQUINARIA AGRÍCOLA EN EL DIMENSIONADO DE SOLERAS.

Hugo Malon

Pablo Hernandez

Mariano Vidal

Jesus Gillen

Escuela Politécnica Superior de Huesca

Abstract

At present in the development of agricultural facilities projects are not sized the concrete base of the building. These projects use a standard design in all cases.

Concrete base sizing methods are currently available only for cars, trucks and lift truck tyres. The problem is that these methods do not consider tractor or agricultural machinery tyres, in which tyre geometry is significantly different compared to highway vehicles.

In agricultural facilities most common vehicles are tractors and agricultural machinery. These vehicles generate stress concentrations in the concrete base due to their tyres, which were not considered in the concrete base sizing by the existing calculation methods.

This paper shows the analysis of the influence of tractor and agricultural machinery tyres in concrete base, by the Finite Element Method (FEM). As a result we have obtained a correlation to the concrete base sizing for tractors or agricultural machinery from the current methods, and thus a sizing improvement of them in future projects of agro-industrial buildings

Keywords: *FEM, concrete base, tyre, tractor, agricultural machinery*

Resumen

En la actualidad en el desarrollo de proyectos de instalaciones agrarias no se dimensiona la solera del edificio, si no que se emplea un diseño estándar en todos los casos.

Los métodos de cálculo de soleras existentes en la actualidad únicamente están disponibles para neumáticos de coches, camiones y elevadores. El problema de estos métodos es que no consideran neumáticos de tractores o maquinaria agrícola, en los cuales geometría del neumático varía considerablemente respecto a vehículos que circulan por carretera.

En instalaciones agrarias la mayoría de los vehículos que circulan son tractores y maquinaria agrícola. Estos vehículos debido a la geometría de sus neumáticos generan concentraciones de tensiones en la solera, las cuales no se han considerado en el diseño mediante los métodos cálculo existentes.

En este artículo se muestra el trabajo de investigación realizado en el análisis de la influencia de las huellas de tractores en soleras, mediante el método de los elementos finitos (MEF). Como resultado se ha obtenido una correlación para el dimensionado de soleras

para vehículos agrícolas a partir de los métodos de cálculo actuales, y con ello una mejora en el dimensionado de las mismas en futuros proyectos de edificaciones agroindustriales.

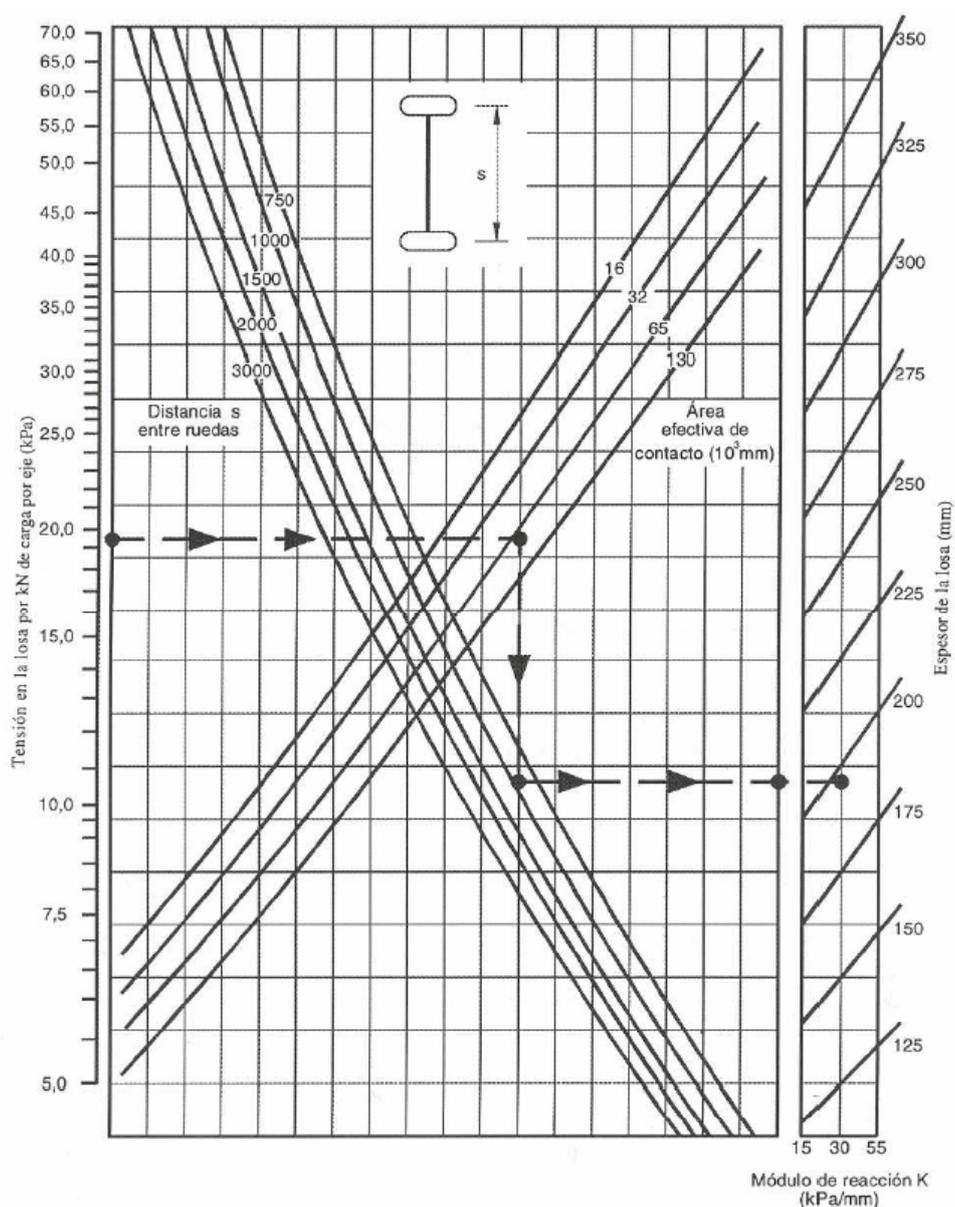
Palabras clave: MEF, soleras, neumático, tractor, maquinaria agrícola

1. Introducción

En la actualidad el dimensionado de soleras para instalaciones agroindustriales es un cálculo inexistente, diseñándose por defecto con un espesor de 150mm.

Una herramienta útil para el dimensionado de soleras son los ábacos presentados por Carlos Jofré y Julio José Vaquero (2000), los cuales permiten dimensionar soleras para carretillas elevadoras, pero en los cuales no se han considerado otro tipo de neumáticos, como los de los tractores.

Figura 1. Ábaco de dimensionamiento de soleras para carretillas (Jofré, 2000)



Estos ábacos se basan en el análisis teórico desarrollado por Westergaard (1925), el cual es considerado como un referente en el análisis de placas de hormigón.

Una vez estudiado el análisis teórico de Westergaard es posible aplicarlo al análisis de soleras para diferentes casos de carga y vehículos, como por ejemplo los tractores, sin la necesidad de tener que realizar nuevos ábacos para el dimensionado de soleras.

El método de Westergaard se basa en un estudio realizado por Hertz (1896), en el cual se utilizan por primera vez las ecuaciones de Bessel para representar las ecuaciones que rigen la flexión de placas circulares sobre cimentación elástica, con carga simétrica respecto del centro.

Posteriormente han sido realizados nuevos estudios (Timoshenko, 1970; Korolev, 2002) los cuales desarrollan la teoría de Westergaard, proporcionando la relación existente entre los momentos flectores generados en la solera respecto de la distancia a la cual se ha aplicado la carga.

En el proyecto de investigación realizado se ha empleado el método de Westergaard, el cual nos proporciona la tensión de flexión máxima, dato que puede ser comparado directamente con los resultados obtenidos mediante técnicas numéricas basadas en el Método de los Elementos Finitos (MEF).

2. Planteamiento teórico de Westergaard

En este apartado se hace una breve descripción del método desarrollado por Westergaard, basado en el estudio de Hertz, el cual es empleado en el desarrollo del proceso de investigación realizado.

Antes de proceder a describir el método hay que definir un parámetro, la rigidez relativa (L), el cual es empleado por Westergaard y la mayoría de autores que han trabajado con placas sobre cimentación elástica, el cual se expresa mediante la siguiente ecuación (Calavera, 2008):

$$L = \sqrt[4]{\frac{E * h^3}{12 * (1 - \mu^2) * K}} \quad (1)$$

Siendo E el módulo de Young del hormigón; μ el coeficiente de Poisson del hormigón; h el espesor de la placa; K el módulo de reacción del apoyo.

Este último parámetro, el módulo de reacción del apoyo, es el que permite medir la reacción del apoyo, la cual proporciona la sustentación a la solera, siendo un parámetro análogo a la constante de rigidez de los muelles pero trasladado a una superficie.

Para cargas en el interior de una placa, a una distancia considerable de los bordes de la misma, el método de análisis de Westergaard proporciona la tensión de flexión máxima mediante la ecuación:

$$\sigma = \frac{3 * (1 + \mu) * P}{2 * \pi * h^2} * \left(\ln \frac{L}{b} + 0.6159 \right) \quad (2)$$

Siendo P el valor de la carga que supone la rueda y b el radio equivalente del círculo sobre el que se aplica la carga.

El radio equivalente de la carga se obtiene con la ecuación 3:

$$b = \begin{cases} \sqrt{1.6 * a^2 + h^2} - 0.675 * h & \text{si } a < 1.724 * h \\ a & \text{si } a \geq 1.724 * h \end{cases} \quad (3)$$

Siendo a el radio verdadero del círculo en el que se apoya la carga.

La obtención del radio verdadero del círculo debería ser realizado mediante mediciones in situ, método que resulta inviable en el proceso de análisis de una huella. Por esta razón la técnica más extendida es la obtención de este dato a partir de la relación existente en la carga y la presión a la que trabaja la rueda.

En un estudio posterior Westergaard dedujo una fórmula para calcular la tensión crítica bajo una carga apoyada sobre un área elíptica:

$$\sigma_e = \frac{P}{h^2} * \left\{ 0.275 * (1 + \mu) * \log_{10} \frac{E * h^3}{K * [(c + d)/2]^4} + 0.293 * (1 - \mu) * \frac{c - d}{c + d} \right\} \quad (4)$$

Donde c y d son el semieje mayor y semieje menor de la elipse, respectivamente.

Las ecuaciones presentadas por Westergaard permiten calcular la tensión de flexión máxima bajo una rueda en la cara inferior de la solera. En esta zona las cargas son de tracción, tipo de carga limitante en el comportamiento del hormigón.

2. Validación del Método de los Elementos Finitos para el dimensionado de soleras frente a cargas de carretillas

En una primera fase del proceso de análisis desarrollado en el proyecto de investigación en el dimensionado de soleras de instalaciones agroindustriales se procede a realizar la validación de técnicas numéricas basadas en el análisis mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) de soleras frente a cargas de carretillas.

En este proceso se calcula el espesor necesario de las soleras mediante los ábacos de Jofré y Vaquero para tres carretillas, para posteriormente discretizar y analizar numéricamente los valores de tensión de flexión máxima generados en las soleras obtenidos del Método de los Elementos Finitos.

Además los valores obtenidos mediante el MEF serán correlados con los obtenidos de las ecuaciones de Westergaard.

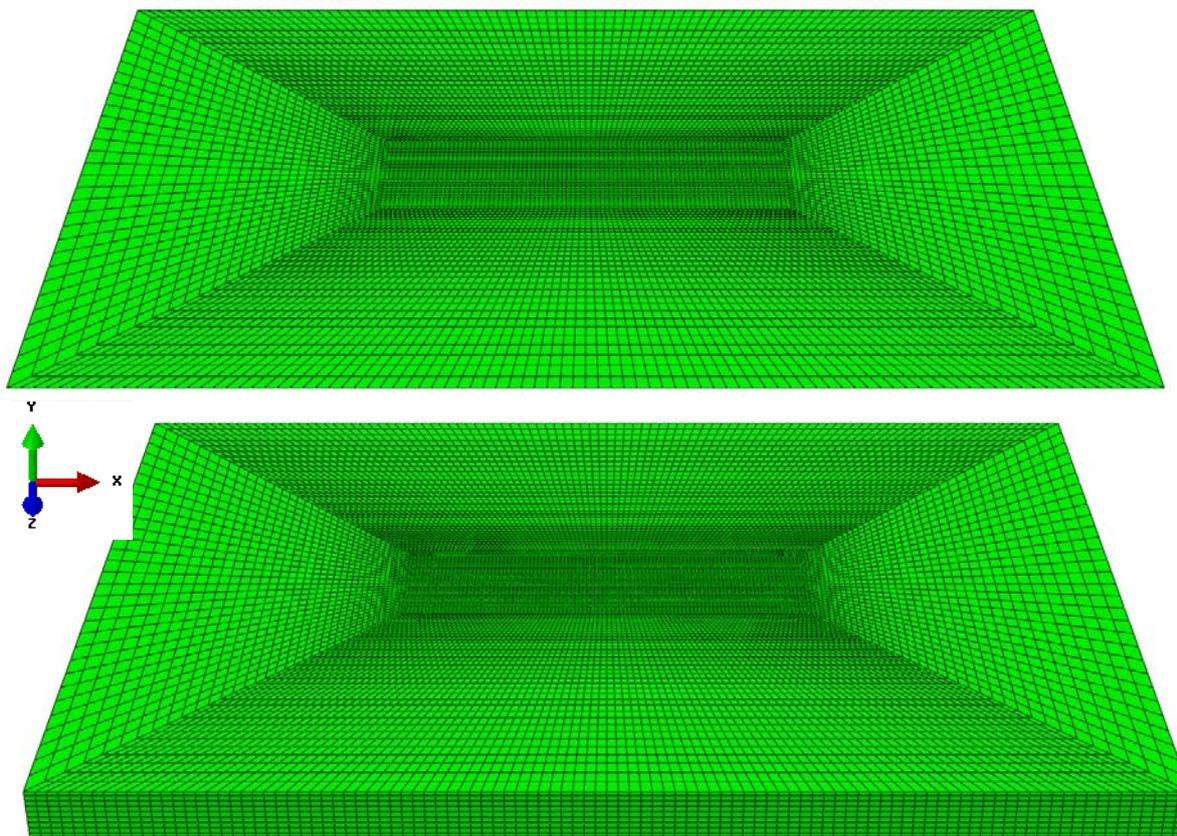
2.1 Análisis mediante el Método de los Elementos Finitos

En el análisis del dimensionado de soleras frente a huellas de carretillas se han empleado carretillas elevadoras de tres tamaños. Una pequeña del tipo STILL R 70-50 Diesel/GLP, una mediana del tipo STILL R 70-80 Diesel y la tercera una carretilla grande del tipo YALE GDP 100 DB Diesel, cuyos datos técnicos se han obtenido de las fichas técnicas proporcionadas por los fabricante de las mimas.

Con estos datos y según los ábacos de Jofré y Vaquero se ha calculado el espesor de las soleras necesarias para cada tipo de carretilla, obteniéndose unos valores de 219mm para el modelo pequeño, 265mm para la mediana y 280mm para la grande.

Conocidos los espesores necesarios se han discretizado tres soleras, una para cada tipo de carretilla elevadora, mediante elementos tipo Shell y otras tres soleras con elementos volumétricos.

Figura 2. Imágenes de los modelos shell y volumétricos discretizados



Las dimensiones de las soleras según los estudios realizados por Ioannides (1985) debe ser como mínimo de $1.75L$ desde el centro de aplicación de la carga hasta a borde más cercano de la placa, a fin de evitar los efectos de borde libre en las zonas de medida de tensiones de flexión generadas por las huellas de las carretillas

Los casos de carga analizados corresponden a la fuerza ejercida por las dos ruedas del eje mayor carga en la solera, introduciendo un carga vertical descendente de 50420N, 70921N y 92517N por rueda en las carretillas pequeña, mediana y grande respectivamente.

La condición de contorno impuesta en la totalidad de los casos es una cimentación elástica calculada mediante la ecuación 1 para cada uno modelos analizados.

Se considera que el material de las soleras es hormigón HA-25, un material de uso frecuente en este tipo de instalaciones, el cual posee una tensión admisible de 1.665N/mm^2

Una vez discretizados los modelos de soleras se procede a realizar el análisis numérico mediante el MEF, obteniendo mapas de tensiones y deformaciones de los casos analizados.

A modo de ejemplo se muestran en las figuras 3 y 4 la tensión de flexión máxima en la superficie inferior de las soleras para el caso de la carretilla más pequeña, STILL R 70-50 Diesel/GPL, para los modelos tipo shell y volumétrico respectivamente.

Figura 3. Tensiones de flexión máximas generadas en el modelo shell para la carretilla STILL R 70-50 Diesel/GLP (MPa)

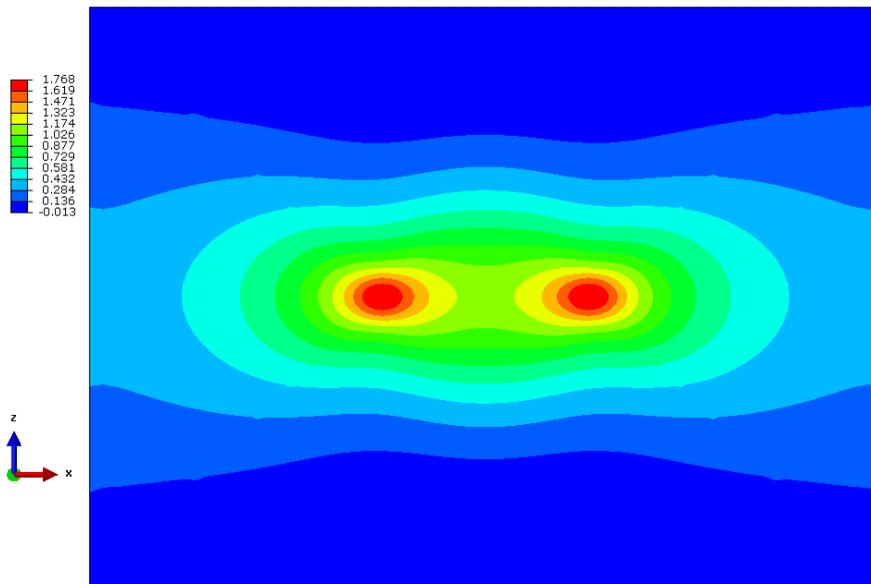
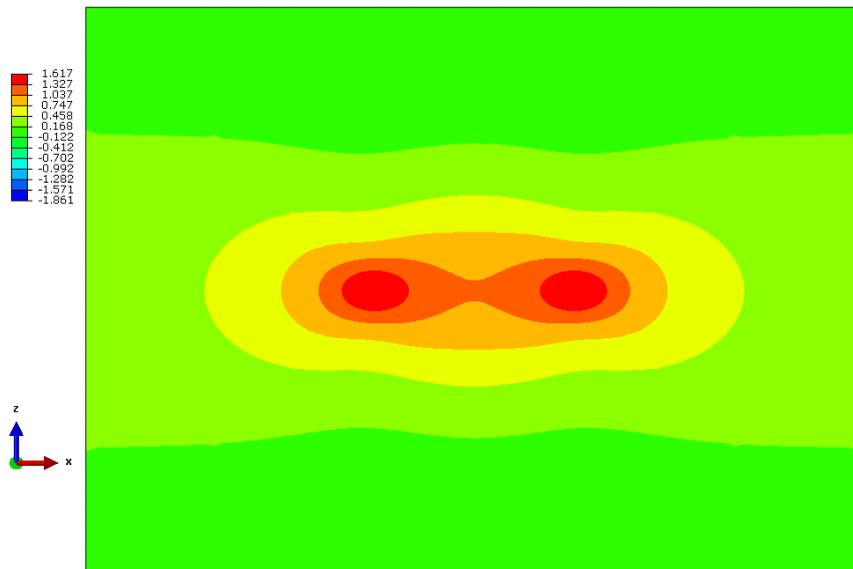


Figura 4. Tensiones de flexión máximas generadas en el modelo volumétrico para la carretilla STILL R 70-50 Diesel/GLP (MPa)



2.2 Correlación de resultados

Realizado el análisis mediante técnicas numéricas basadas en el MEF, se procede a realizar una correlación de estos resultados con los obtenidos mediante los ábacos de Jofré y Vaquero y las ecuaciones de Westergaard.

En primer lugar se va a analizar la correlación existente entre los valores de tensión de flexión máxima en las dos direcciones de la superficie inferior de la solera, tanto para los modelos shell como volumétricos, obtenidos por el MEF, con los obtenidos de los ábacos de Jofré y Vaquero, valores que muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Tensiones de flexión máximas obtenidas mediante ábacos y mediante el MEF

Caso de carga - carretilla	Ábaco	Modelo shell		Modelo volumétrico	
	Tensión de flexión máxima (MPa)	Tensión de flexión máxima (MPa)	Error (%)	Tensión de flexión máxima (MPa)	Error (%)
STILL R 70-50	1.665	1.868	6.18	1.617	-2.88
STILL R 70-80	1.665	1.816	9.06	1.662	-0.18
YALE GDP 100 D8	1.665	1.832	10.03	1.676	0.66

De forma análoga se procede a comparar los resultados obtenidos del análisis mediante el MEF con los valores obtenidos de tensión de flexión máxima mediante las ecuaciones de Westergaard, resultados que se muestran en las tablas 2 y 3. En este proceso se analizan las tensiones de flexión existentes en las dos direcciones principales de la superficie inferior de la solera

Tabla 2. Tensiones de flexión máxima obtenidas mediante las ecuaciones de Westergaard y mediante el MEF para el modelo shell

Caso de carga - carretilla	Tensión de flexión máxima - dirección 1			Tensión de flexión máxima - dirección 2		
	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)
STILL R 70-50	1.450	1.520	4.87	1.771	1.768	-0.21
STILL R 70-80	1.466	1.584	7.99	1.770	1.816	2.63
YALE GDP 100 D8	1.503	1.584	5.42	1.814	1.832	1.00

Tabla 3. Tensiones de flexión máxima obtenidas mediante las ecuaciones de Westergaard y mediante el MEF para el modelo volumétrico

Caso de carga - carretilla	Tensión de flexión máxima - dirección 1			Tensión de flexión máxima - dirección 2		
	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)
STILL R 70-50	1.450	1.386	-4.36	1.771	1.617	-8.72
STILL R 70-80	1.466	1.44	-1.93	1.770	1.662	-6.67
YALE GDP 100 D8	1.503	1.441	-4.07	1.814	1.676	-7.62

Analizando los resultados obtenidos se observa un grado de correlación muy elevado de resultados de tensión de flexión máxima obtenidos de los ábacos y mediante el MEF, siendo mayores en el caso del modelo volumétrico.

Comparando los valores obtenidos de las ecuaciones de Westergaard con los obtenidos mediante técnicas numéricas basadas en MEF, la correlación es mayor en el modelo 2D, debido a que las ecuaciones de Westergaard y el modelo de elementos finitos tipo shell se fundamentan en la teoría de placas delgadas.

Los valores obtenidos por el MEF en todo momento presentan un error inferior al 10%, respecto a los obtenidos mediante el ábaco o las ecuaciones de Westergaard, lo que permite validar el Método de los Elementos Finitos en el análisis de las tensiones de flexión máxima frente a las técnicas actuales de cálculo.

3. Dimensionado de soleras frente a huellas de tractores.

Como se ha expuesto con antelación la existencia ábacos para el dimensionado de soleras, únicamente se reduce a un número limitado de tipos de vehículos.

En el proyecto de investigación desarrollado se analiza la influencia de la huella del neumático de un tractor, el cual presenta una geometría característica. Estas ruedas están compuestas por una serie de tacos prominentes, donde se genera el contacto con la solera, rodeados de surcos profundos y anchos. Este tipo de geometría muy particular reduce el área de contacto con el suelo a una tercera parte de la superficie normal que ocuparía la rueda de una carretilla elevadora. Por esta razón no es posible el dimensionado de soleras mediante los ábacos desarrollados por Jofré y Vaquero para carretilla elevadoras.

En el proceso desarrollado en el dimensionado de soleras se han empleado técnicas numéricas basadas en el MEF que permitan obtener los valores tensiones de flexión máximas generadas en soleras por tres tractores objeto a estudio.

3.1 Obtención de las huellas de los tractores

A fin de obtener unos resultados lo más fieles posibles a la realidad ha sido necesario obtener la geometría exacta de la zona de contacto de las ruedas de los tractores analizados con el suelo (Lyasco, 1994).

Para ello se ha empleado una técnica consiste en mojar la banda de rodadura de la rueda (fundamentalmente los tacos) con agua, y posteriormente desplazar sobre el pavimento de forma suave el tractor para marcar la huella de los tacos en el suelo, obteniendo como resultado imágenes como las mostradas en la figura 5.

Figura 5. Huellas obtenidas del tractor Massey Ferguson en los casos de carga de presión de ruedas de 1.1bar, 0.7bar y 1.1 bar con apero suspendido



Las huellas marcadas en el suelo son calcadas en papel vegetal, para posteriormente trasladar la geometría del apoyo de los tacos de las ruedas a papel milimetrado, y así obtener las coordenadas cartesianas que permitan realizar su discretización.

Para completar la información de los ensayos en cada uno de los casos analizados se ha medido la longitud del área de contacto de las ruedas con la solera, datos que han permitido concluir que la superficie de apoyo de un tractor es aproximadamente un tercio de la superficie total que ocuparía una rueda lisa.

3.2 Análisis mediante el Método de los Elementos Finitos

Una vez obtenida la geometría de los tacos de los neumáticos de los tractores a analizar se procede discretizar las secciones de los tacos en contacto con la solera, figura 6.

En el estudio realizado se han analizado tres tractores, un Massey Ferguson 277, un FIAT 80-90S y NEW HOLLAND G 170, variando para cada uno de ellos las presiones en los neumáticos, e instalando un apero en voladizo en dos casos. La totalidad de los casos de carga analizados se resumen la tabla 4.

Para obtener las fuerzas a introducir en cada caso de carga se ha pesado una rueda del eje trasero para cada uno de los casos de carga a estudiar.

De forma análoga al proceso descrito en la validación del MEF para carretillas se discretizan dos tipos de soleras, un modelo tipo shell y otro volumétrico (figura 7), con condiciones de contorno de cimentación elástica calculada mediante la ecuación 1, para cada uno de los modelos analizados. Los espesores de la solera para los diferentes modelos han sido

calculados y corresponden a 78mm, para los casos de carga del Massey Ferguson 277, 84mm para los del FIAT 80-90S y 116mm para el NEW HOLLAND G 170.

En el caso de soleras para tractores, debido a la existencia de cargas superiores que en los modelos de carretillas, se consideran un distancia mínima de 3L desde el centro de aplicación de la carga hasta el borde más cercano de la placa, a fin de evitar los efectos de borde libre en la zona de medida de las tensiones generadas por las huellas de los tractores.

Con estos requerimientos se han discretizados una serie modelos de elementos finitos con un número máximo de 18342 elementos y 18795 nodos para los modelos shell y de 104472 elementos y 123753 nodos para los volumétricos.

Análogamente a los modelos de soleras para carretillas se considera que el material de las soleras es hormigón HA-25, un material de uso frecuente en este tipo de instalaciones, el cual posee una tensión admisible de 1.665N/mm^2

Tabla 4. Casos de carga analizados en el dimensionado de soleras para tractores.

Tractores	Presión en los neumáticos (bar)	Apero	Carga por rueda (N)
MASSEY FERGUSON 277 F	0.7	No	8389
	1.1	No	8389
	1.1	Sí	11524
FIAT 80-90 S	0.7	No	13441
	1	No	13441
	1.3	No	13441
NEW HOLLAND G 17	1.5	No	24892
	1.5	Sí	30772
	1.9	No	24892

Figura 6. Detalle de la sección de la banda de rodadura discretizada para el Massey Ferguson con una presión de ruedas de 1.1 bar con apero suspendido

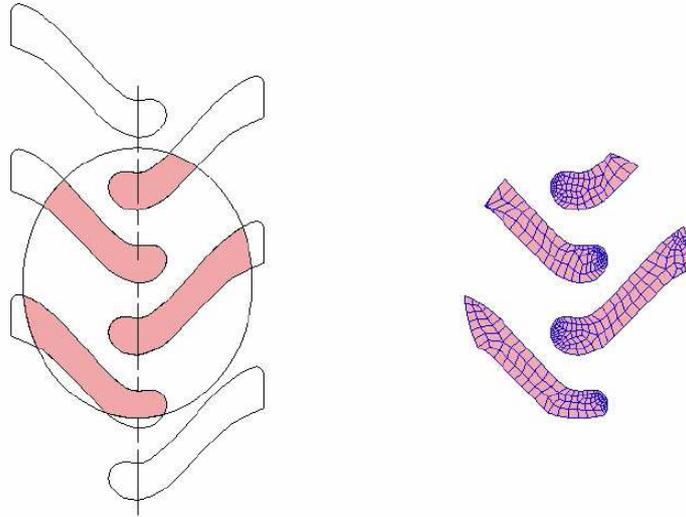
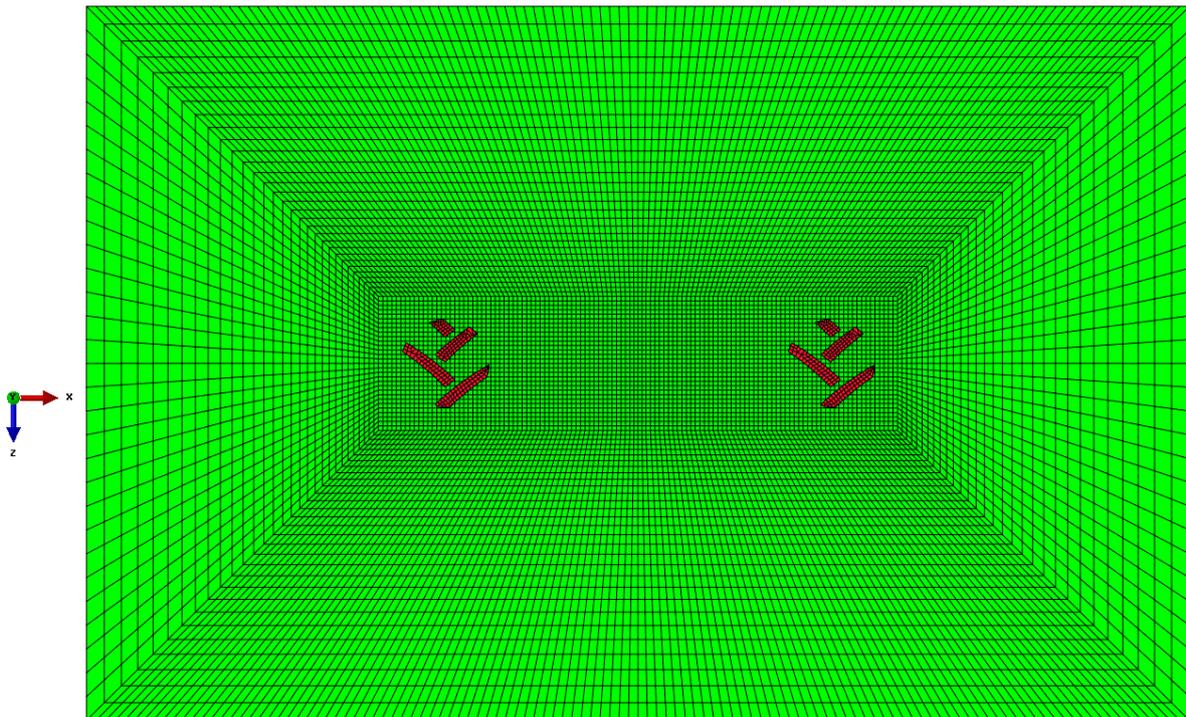


Figura 7. Ejemplo de modelo de elementos finitos de solera con huellas de tractor



Finalizado el proceso de discretización de los modelos de elementos finitos de soleras se procede a realizar el análisis numérico, obteniendo los resultados de tensiones y deformaciones de los casos analizados.

A modo de ejemplo se muestran en las figuras 8 y 9 la tensión de flexión máxima en la superficie inferior de las soleras para el caso de carga del tractor FIAT con una presión de ruedas de 1bar, para los modelos tipo shell y volumétrico respectivamente.

Figura 8. Tensiones de flexión máximas generadas en el modelo Shell para el tractor FIAT con una presión de 1bar (MPa)

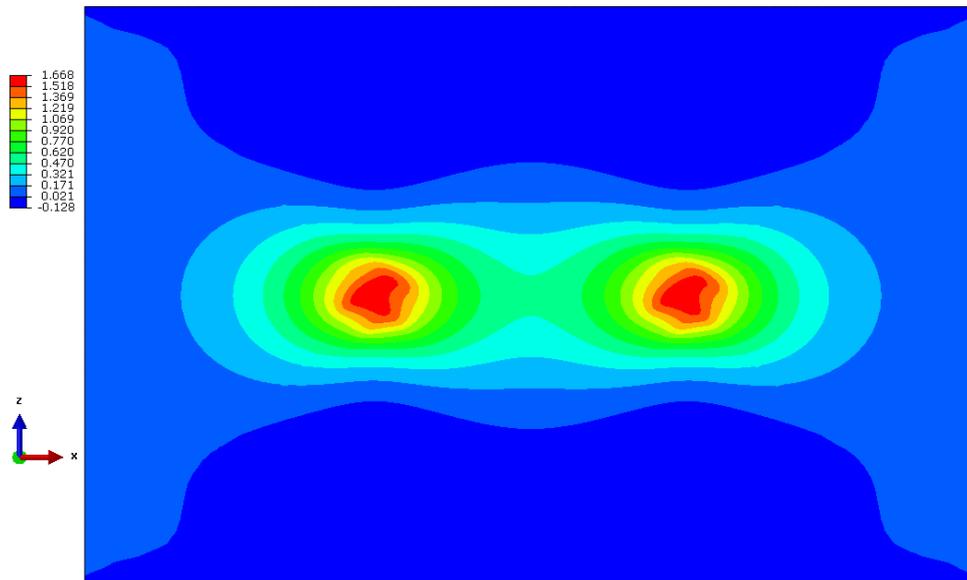
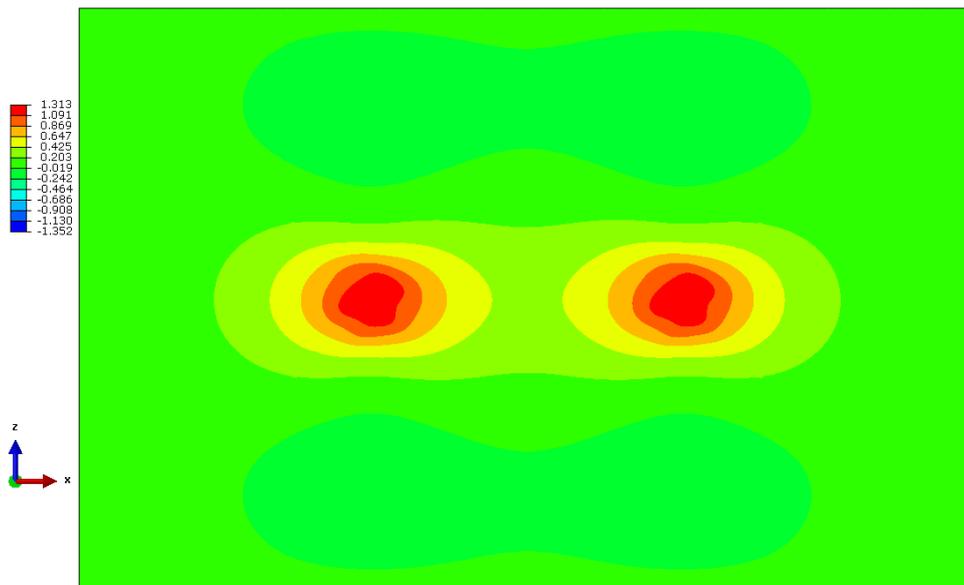


Figura 9. Tensiones de flexión máximas generadas en el modelo volumétrico para el tractor FIAT con una presión de 1bar (MPa)



3.3 Correlación de resultados

Una vez realizado el análisis numérico mediante el MEF se procede a realizar una correlación de las tensiones de flexión máximas obtenidas mediante el MEF, con las obtenidas mediante las ecuaciones de Westergaard, resultados que se muestran en las tablas 5 y 6.

Al analizar los resultados obtenidos del modelo 2D se aprecia una correlación de resultados muy alta, debido a que ambas técnicas de cálculo se fundamentan en la teoría de placas delgadas.

En esta correlación se ha producido un incremento del error respecto al caso de las carretillas el cual es debido a los tacos de los neumáticos del tractor.

Al analizar los resultados del modelo volumétrico los errores son mucho mayores, superiores al 10% en la mayoría de los casos, debido a que el análisis numérico realizado mediante las ecuaciones de Westergaard se fundamentan en la teoría de placas delgadas, mientras que los modelos volumétricos reproducen un comportamiento tridimensional.

Los valores de tensión de flexión máxima son mayores en los modelos de elementos finitos de tipo shell y en las ecuaciones de Westergaard, que lo obtenidos del análisis numérico con elementos volumétricos.

Los modelos volumétricos, los cuales presentaban una correlación muy elevada con los valores obtenidos de los ábacos en el proceso de validación del MEF, presentan valores de tensión de flexión máxima inferiores a los obtenidos mediante los modelos tipo shell y mediante las ecuaciones de Westergaard, lo que permite validar estas ecuaciones para el dimensionamiento de las soleras, aunque con el condicionantes que estas van a estar sobredimensionadas.

Analizando los valores obtenidos de tensión a flexión en ningún o de los modelos analizados se sobrepasa la tensión admisible de 1.665N/mm^2

Tabla 5. Tensiones de flexión máxima para tractores obtenidas mediante las ecuaciones de Westergaard y mediante el MEF para el modelo shell

Caso de carga - carretilla	Tensión de flexión máxima - dirección 1			Tensión de flexión máxima - dirección 2		
	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)
MASSEY FERGUSON 277 F	1.188	1.250	-5.03	1.352	1.377	-1.81
	1.268	1.325	-4.31	1.431	1.446	-0.98
	1.529	1.626	-5.96	1.731	1.805	-4.08
FIAT 80-90 S	1.433	1.574	-8.93	1.489	1.574	-5.38
	1.483	1.635	-9.32	1.565	1.668	-6.21
	1.597	1.755	-8.98	1.738	1.819	-4.46
NEW HOLLAND G 17	1.404	1.519	-7.58	1.563	1.632	-4.19
	1.520	1.615	-5.89	1.671	1.738	-3.81
	1.608	1.731	-7.10	1.801	1.870	-3.66

Tabla 6. Correlación de tensiones de flexión máxima para tractores obtenidas mediante las ecuaciones de Westergaard y mediante el MEF para el modelo volumétrico

Caso de carga - carretilla	Tensión de flexión máxima - dirección 1			Tensión de flexión máxima - dirección 2		
	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)	Westergaard (MPa)	MEF (MPa)	Error (%)
MASSEY FERGUSON 277 F	1.188	1.012	17.32	1.352	1.117	20.98
	1.268	1.070	18.43	1.431	1.174	21.87
	1.529	1.321	15.80	1.731	1.461	18.50
FIAT 80-90 S	1.433	1.244	15.19	1.489	1.238	20.30
	1.483	1.293	14.69	1.565	1.313	19.13
	1.597	1.389	15.02	1.738	1.433	21.24
NEW HOLLAND G 17	1.404	1.282	9.50	1.563	1.377	13.50
	1.512	1.361	11.63	1.671	1.467	13.91
	1.608	1.467	9.66	1.801	1.588	13.41

4. Conclusiones

En realización del proyecto de investigación mostrado en el artículo han sido obtenidos una serie de conclusiones las cuales se procede a exponer.

Los ábacos de dimensionado de soleras para carretillas creados por Carlos Jofré y Julio José Vaquero son una herramienta muy útil para el dimensionado de gran cantidad de instalaciones industriales. Por el contrario presentan el inconveniente de no haber sido diseñados para vehículos agrícolas, debido a la geometría característica de sus neumáticos.

En el estudio realizado se ha validado técnicas de análisis numérico basadas en el Método de los Elementos Finitos para el cálculo de tensiones de flexión en soleras con relación a los ábacos de Carlos Jofré y Julio José Vaquero y las ecuaciones de Westergaard, precursoras de los citados ábacos.

El apoyo de las ruedas de tractores mediante tacos representa un aumento muy pequeño de la tensión producida en las soleras.

Conforme a los resultados obtenidos, las soleras implantadas en la actualidad en instalaciones agrarias, con espesor de 150mm de hormigón HA-25 con un coeficiente de 20 kPa/mm, estarían sobredimensionadas para las cargas que deben soportar, pudiendo llegar a reducirse el espesor en algunos casos desde un 30% hasta un 50%, sin que en ningún momento se alcance la tensión admisible de 1.665N/mm^2 .

A fin de validar experimentalmente los resultados obtenidos mediante técnicas numéricas, como son los ábacos de Jofré y Vaquero, las ecuaciones de Westerwaard y el análisis numérico mediante el Método de los Elementos Finitos, se están diseñando una serie de ensayos extensométricos los cuales permitirán obtener las deformaciones generadas en soleras por huellas de tractor.

5. Referencias

Calavera, J. (2008). *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón* (2ª edición). Editorial INTEMAC.

Hertz, H. (1896). *Miscellaneous Papers*. London. Macmillan and Co.

Ioanides, A.M., Thompson, M.R. & Barenberg, E.J. (1985). Westergaard solutions reconsidered. *Transportation Research Record n° 1043*, p.13-23.

Jofré, C. & Vaquero, J.J. (2000). *Manual de Pavimentos Industriales*. Publicaciones del Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones (IECA).

Korenev, B.G. (2002). *Bessel Functions and their Applications*. Taylor & Francis.

Lyasco, M.I. (1994). The determination of deflection and contact characteristics of a pneumatic tire on a rigid surface. *Journal of Terramechanics*, 31 (4). pp 239-246.

Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. (1970). *Teoría de Placas y Láminas*. Ediciones URMO, Bilbao.

Westergaard, H.M., (1925). Computation of stresses in concrete roads. *Proceedings of Highway Research Board*, vol. 5, part 1.