

DESARROLLO DE UNA METODOLOGÍA BASADA EN EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS PARA LA PROYECCIÓN DE ESTRUCTURAS TENSÉGRIDAS

Puigoriol Forcada, J. M.

Andrés Martínez, J.

Reyes Pozo, G.

Menacho Solà-Morales, J.

Universidad Ramón Llull (URL). IQS School of Engineering.

Vía Augusta 390, 08017, Barcelona, España

Abstract

Tensegrity structures are characterized by a continuous flow of tension. They possess many advantages that make them particularly suited to solve many structural problems. Yet, despite the benefits, tensegrities have never reached the mainstream of structural engineering as its design process is a challenge that transcends the logic of conventional structural design.

The design process is approached exclusively from methods and algorithms that require a level of sophistication and complex algebraic skills that are closer to theoretical and mathematical research than to the practical tools available to undertake structural analysis. Thus, a more pragmatic and functional perspective is needed.

The purpose of this work is this: To develop a protocol essentially identical to that followed by a structural engineer when working on conventional structures, and with the tools normally available, while taking into account the particular considerations of working with tensegrity systems.

The method involves a journey through different simulation-decision loops that alter the structure until a suitable design for the service is found. All decisions that lead to a valid topology are based on simple physical principles, in addition leaving much to the intuition of the designer.

Keywords: *tensegrity; form-finding methods; F.E.M.*

Resumen

Las estructuras tenségridas se caracterizan por hacer fluir la tensión de forma continua. Éstas poseen numerosas ventajas que las hacen especialmente adecuadas para multitud de situaciones. Sin embargo, a pesar de sus bondades, nunca han llegado al *mainstream* de la ingeniería estructural debido a que su proceso de diseño conlleva un verdadero reto que trasciende la lógica del diseño de estructuras convencionales.

La proyección de estas estructuras se aborda exclusivamente a partir de métodos y algoritmos que requieren un nivel de sofisticación y de conocimientos algebraicos complejos

que resultan más cercanos a la investigación teórico-matemática que a la praxis mediante herramientas de cálculo. En entorno profesional es necesaria una óptica más pragmática.

En este trabajo se ha desarrollado un protocolo de diseño similar al que se realiza para estructuras convencionales, en base a la herramienta Método de los Elementos Finitos (M.E.F.), considerando las particularidades de la tensegridad.

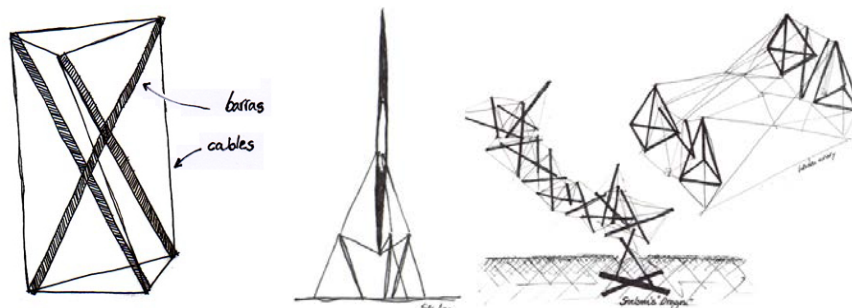
El método consiste en un recorrido a través de diferentes bucles simulación–decisión que alteran la estructura hasta obtener un diseño apto para el servicio. Todas las decisiones que conducen a una topología válida están basadas en principios físicos sencillos, dejando además un gran espacio a la intuición del proyectista.

Palabras clave: tensegridad; métodos de búsqueda de forma; M.E.F.

1. Introducción

La ingeniería de estructuras a través de la historia, y aún hoy, está centrada en proyectar estructuras basadas en la compresión. Las estructuras tensegridas se caracterizan por hacer fluir la tensión de forma continua, relegando la compresión a zonas aisladas de la estructura. Habitualmente la tracción se transmite por cables o membranas y la compresión por barras: “Un sistema tensegrido es aquel cuya rigidez es el resultado de un equilibrio de auto-tensión entre cables tensados y barras comprimidas” (Motro, 2003). Son estructuras pretensadas que gozan de un equilibrio propio y, que a diferencia de las estructuras convencionales, no dependen de un agente externo (gravedad) para su estabilidad.

Figura 1: Simplex, el sistema tensegrido más sencillo en el espacio (3D), junto a diversas aplicaciones proyectadas con éxito



Sus numerosas ventajas fueron expuestas por Mirats (2007), y es necesario mencionar que presentan un comportamiento altamente no lineal, debido a que sus elementos (cables/barras) solamente actúan en un sentido (tracción/compresión) y a que su comportamiento implica grandes desplazamientos, incluso a niveles relativamente bajos de tensión. Por otro lado se encuentran, por lo general, sobredeterminadas. Se diseñan de forma que existan miembros redundantes, con el fin de asegurar la aptitud al servicio en caso de fallo de un elemento.

El proceso de diseño o *form-finding* consiste en la determinación de una configuración-geometría-topología que garantice el equilibrio propio que caracteriza a un sistema tensegrido. Este proceso de búsqueda es el motivo de gran parte de la literatura existente ya que, lograr un sistema tensegrido autoestable no es en absoluto sencillo.

Figura 2: Diversas células tensegridas



1.1 Métodos de diseño (form-finding) teóricos

Existen métodos analíticos en los que, partiendo de geometrías regulares, se puede calcular analíticamente la posición de equilibrio para el conjunto. (Connelly & Terrell, 1995).

Pelegriño (1986), propone modelar un problema de optimización restringida en el que la función objetivo consiste en un sumatorio del cuadrado de las longitudes de algunos elementos expresadas en función de las coordenadas de sus nodos. Las restricciones del problema acotan la longitud de los otros elementos, y las posiciones de algunos elementos para preservar la orientación de la estructura. Otros autores (Motro, 1984, Belkacem, 1987; Tibert y Pellegrino, 2003) utilizan un método de relajación dinámica, aplicado a la ecuación matricial correspondiente a una carga dinámica ficticia de la estructura.

Linkwitz & Scheky (1971) describieron por primera vez un método basado en la formulación del estado de equilibrio de la estructura en función de la densidad de fuerza que carga cada elemento (la tracción/compresión dividida por la longitud). Esto permite formular el problema de equilibrio de forma lineal. Finalmente, Connelly (1993) describe la estructura como un grafo $G(p)$, donde cada eje designa un elemento, ya sea una barra o un cable. La condición de equilibrio en cada elemento, y la minimización de la energía potencial, permiten determinar si se alcanza un estado de equilibrio estable.

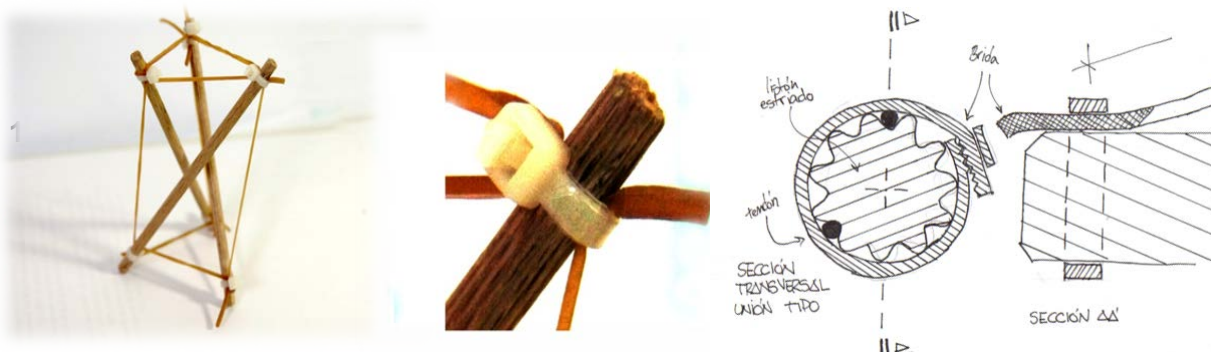
Todos los métodos citados, de tipo teórico, permiten hallar, para una estructura de cables y barras dada, el estado de equilibrio, caso de que exista. Sin embargo, por sí solos no sirven para proponer nuevos sistemas tensegridos.

1.2 Diseño mediante prototipo a escala

La metodología desarrollada por Snelson (1965) está asociada a la interacción con un modelo real (una maqueta a escala) a través de la cual se puede construir, de forma intuitiva y experimental, tensegridades válidas mediante la interacción sensorial con la estructura que se está planteando. La maqueta utilizada debe permitir, de forma sencilla, el montaje y la adición ó sustitución de elementos, así como la rápida modificación del nivel de pretensión en los miembros y la longitud de éstos.

Esta metodología permite introducir un elemento intuitivo y sintético que los métodos puramente analíticos no pueden suministrar, siguiendo las ideas de Torroja (1957): "El nacimiento de un conjunto estructural, resultado de un proceso creador, fusión de técnica con el arte, de ingenio con estudio, de imaginación con sensibilidad, escapa al puro dominio de la lógica para entrar en las secretas fronteras de la inspiración".

Figura 3: Maqueta del módulo Simplex y detalle de la unión. Sistema constructivo barra de madera estriada, elásticos y bridas

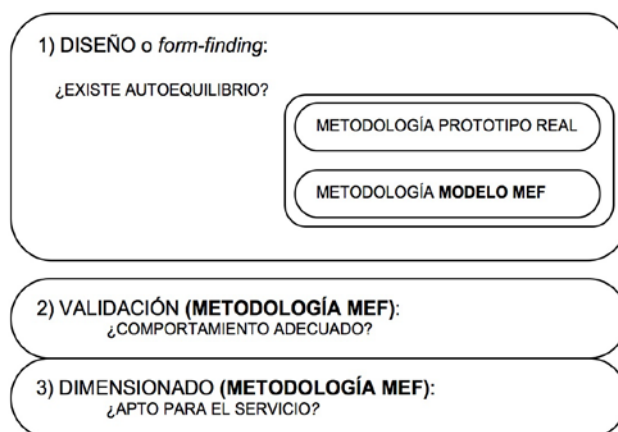


Los métodos actuales de búsqueda abordan algoritmos que exigen un nivel de sofisticación y de conocimientos algebraicos más cercanos a la investigación teórico-matemática que a

las herramientas disponibles para un ingeniero de estructuras convencional. Además, estos algoritmos teóricos descritos resultan rígidos para la flexibilidad que exige el proceso de diseño. Por ello, este trabajo se ha centrado en el desarrollo de una metodología que aúne los resultados del cálculo con la inmediatez empírica del trabajo con prototipos. El objetivo de este trabajo consiste en revisar el protocolo habitual empleado para proyectar estructuras convencionales (diseño, validación, dimensionado,...) y enunciar las consideraciones a contemplar para trasladarlo al contexto de las estructuras tenségradas. Para ello, se describe un método *form-finding* que emplea un modelo de elementos finitos (MEF) que es capaz de determinar y validar sistemas tenségrados estables. Todas las consideraciones han sido enunciadas en forma de principios con carácter generalista, y están asociadas al trabajo con un modelo MEF desarrollado y validado respecto a otros estudios realizados anteriormente.

2. Diseño mediante modelo virtual (modelo MEF)

Figura 4: Hoja de ruta metodología modelo MEF



El MEF puede tratar el comportamiento no lineal de éstos sistemas y es capaz de lograr converger el modelo MEF inicialmente propuesto hacia topologías válidas/equilibradas. El elemento empleado para modelar (LINK10, ANSYS) permite implementar la pretensión (*prestress*) de forma sencilla, así como poder configurar el sentido de trabajo (compresión / tracción) de forma exclusiva.

Los diferentes elementos deben presentar exclusivamente esfuerzos axiales (tracción ó compresión).

Se espera la capacidad de encontrar configuraciones válidas y equilibradas a partir de configuraciones inestables.

La simulación se resuelve mediante el método implícito. Debido a la no linealidad del problema, se ha utilizado el método de Newton-Raphson para resolver, bajo una estrategia iterativa, el sistema de ecuaciones resultante.

2.1 Validación del modelo MEF

Para garantizar que el modelo atiende a la realidad física que representa, se realizó la comprobación de su respuesta en las siguientes actuaciones.

2.1.1. Calibración del tipo de elemento

Se examinó pormenorizadamente el comportamiento del elemento LINK10 (elemento de primer orden tipo barra, en 3D, que se caracteriza por tener una matriz de rigidez bilineal, la

cual opera exclusivamente con tensiones axiales). Se ensayó y validó la implementación de la pretensión mediante desplazamientos prescritos (Tabla 1).

Tabla 1: Resultados calibración del elemento

	Resultados Analíticos	Resultados modelo MEF	Error (%)
ϵ_{ini}	0.001	0.001	0.00
ΔL (mm)	0.1	0.1	0.00
$\sigma_{inicial}$ (MPa)	210.00	210.00	0.00
σ_{final} (MPa)	0	0	0.00

Además se estudió el comportamiento de fallo del elemento, es decir, si un elemento inicialmente como cable (tracción) comienza a ser solicitado como barra (compresión), éste debe dejar de colaborar con el sistema.

2.1.2. Validación de una estructura plana

La tensegredad más sencilla posible en el plano consta de 6 elementos, 2 barras comprimidas que se encuentran aisladas entre ellas en un entramado de 4 cables. (*Módulo X*). Se han comparado los resultados de un ensayo en el modelo MEF con los obtenidos a través del cálculo analítico (Tabla 2).

Tabla 2: Resultados validación Módulo X

	Resultados Analíticos	Resultados modelo MEF	Error (%)
Fuerzas axiales			
Nc (N)	204.22	204.22	0%
Nb (N)	-288.81	-288.82	0.003%
Deformaciones			
ΔL_{cables} (mm)	-0.28E-02	-0.275E-02	1.8%
ΔL_{barras} (mm)	0.39 E-02	0.3889 E-02	0.025%

2.1.3. Validación R3

Se comprobó la competencia del modelo desarrollado en el espacio tridimensional (R3). Se abordó el análisis del sistema designado como *Simplex*.

Se verificó el comportamiento del modelo ante los estados descritos a continuación:

1. Simplex regular con un estado de autotensión nulo que será validado con los resultados obtenidos mediante el método matricial propuesto por Skelton (2009).
2. Simplex asimétrico autotensionado de forma arbitraria, que será validado con los resultados de Motro (1984), recogidos por Burkhardt (2008). Véase tabla 3 y figura 6.

Figura 5 y 6: Simplex regular y asimétrico. Simplex asimétrico, esquema según Burkhardt (2006)

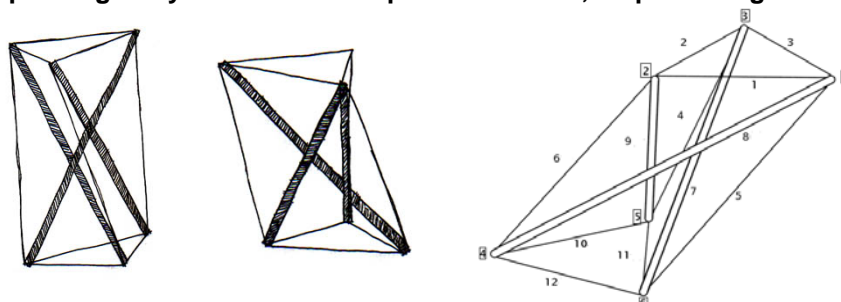


Tabla 3: Resultados validación Simplex

	Resultados bibliografía		Resultados modelo MEF	Error (%)
	Axiales f(t)	Axiales (N) t=101.4N	Axiales (N)	
Elemento	1.000t	101.40	101.40	0.00
1(c)	1,000t	101,40	101,40	0.00
2(c)	1.000t	101.40	101.40	0.00
3(c)	2,356t	238,89	228.21	4.68
4(c)	2.843t	288.28	277.25	3.97
5(c)	2.255t	228.65	223.35	2.37
6(c)	-3.743t	-379.54	-362.66	4.65
7(b)	-3.505t	-355.40	-351.18	1.20
8(b)	-1.679t	-170.25	-175.56	3.02
9(b)	1.000t	101.40	101.40	0.00
10(c)	1.000t	101.40	101.40	0.00
11(c)	1.000t	101.40	101.40	0.00
12(c)	1.000t	101.40	101.40	0.00

Los valores hallados en la bibliografía se ajustan suficientemente bien a los obtenidos mediante el modelo MEF aquí desarrollado. La tensión en los cables de los extremos (elementos 1, 2, 3, 10, 11,12) ha sido empleada como referencia para hallar el parámetro t que determina el grado de pretensión. Así el error de cálculo relativo a estos elementos es nulo, mientras que para el resto de elementos el error se debe a que en los análisis realizados por Motro (1984) se aceptó la hipótesis de elementos perfectamente inelásticos.

2.2. Metodología de diseño (*form-finding*) mediante modelo MEF

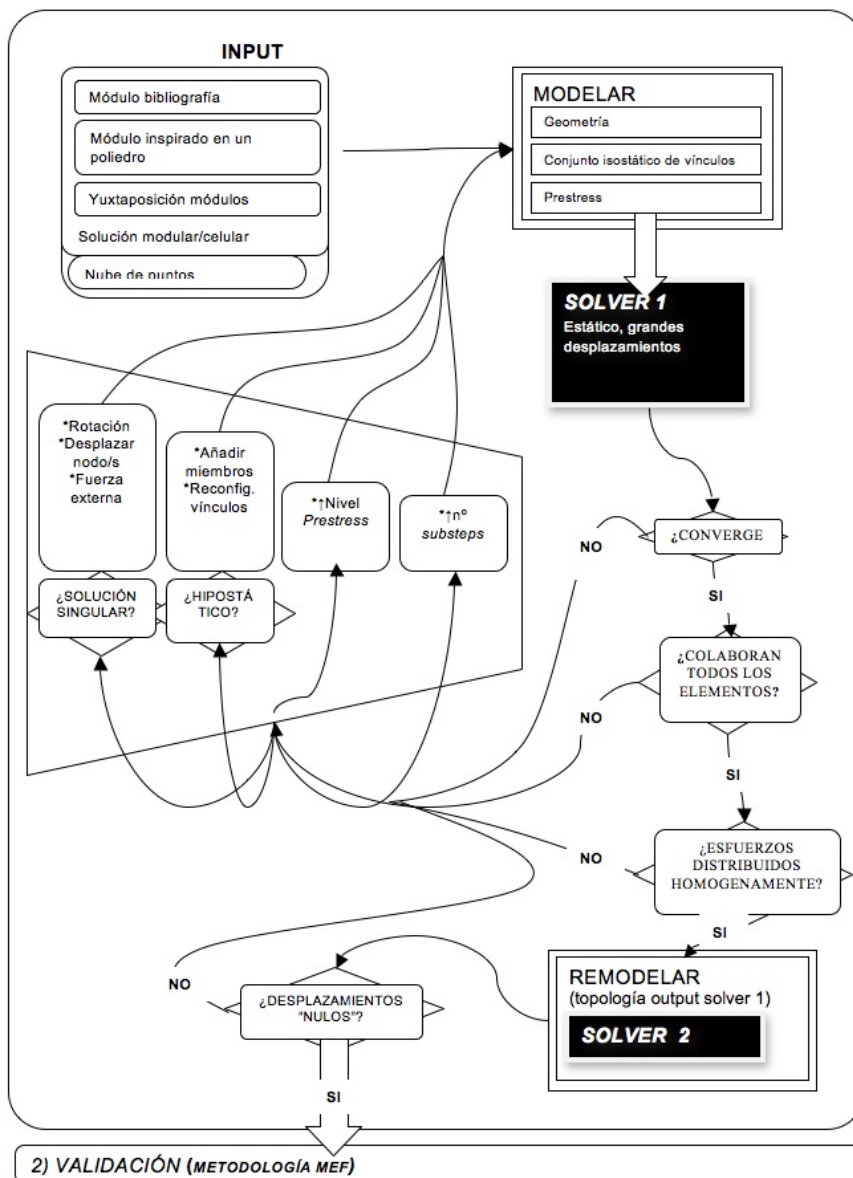
La forma de emplear el modelo numérico para encontrar una estructura válida sigue el diagrama de flujo de la figura 7.

Para crear una nueva estructura tensegrida se puede partir de la inspiración de un poliedro convexo o bien de tensegridades derivadas de otras validadas por otros autores o bien de una “nube de puntos” que se ajusta a la geometría de la estructura que se intuye necesaria. Este último itinerario posee un carácter muy estocástico, y constituye una metodología de diseño significativamente diferente de las estudiadas, por lo que no será abordada en este estudio.

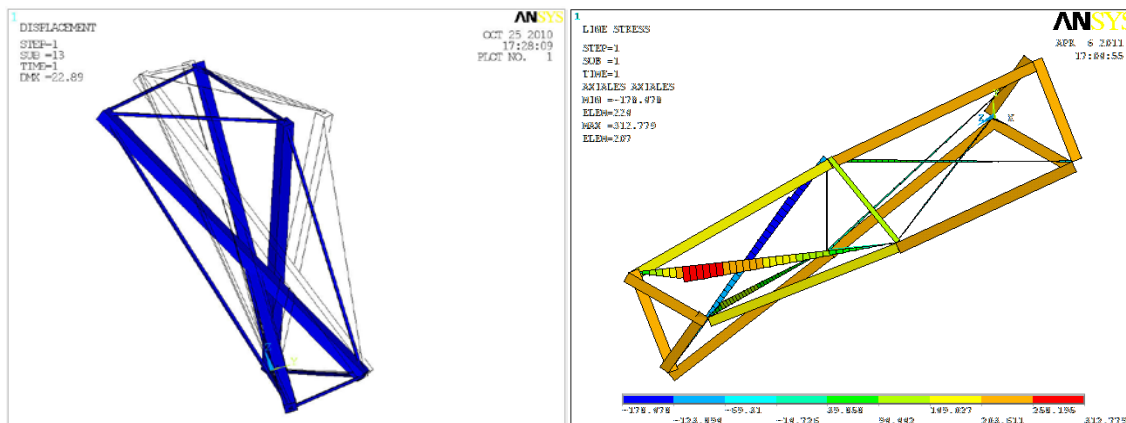
Se debe modelar la presunta tensegridad, incluir un nivel de pretensión arbitrario y vincularla de forma isostática.

Con este primer modelo se debe conseguir converger sobre una tensegridad válida, es decir que el solver del modelo descrito anteriormente llegue a una configuración estable, donde sea capaz de calcular los esfuerzos en los diferentes elementos cuando se realice un cálculo estático de grandes desplazamientos, como el descrito anteriormente. Tras éste primer cálculo, es conveniente graficar la deformada de la estructura, junto con la geometría original, ilustración que recogerá el desplazamiento desde la presunta tensegridad introducida hasta una estructura válida autoequilibrada (figura 8). Un mapa de esfuerzos axiales también resulta útil (figura 9, estructura compuesta por dos células).

Figura 7: Diagrama metodología de diseño mediante modelo MEF

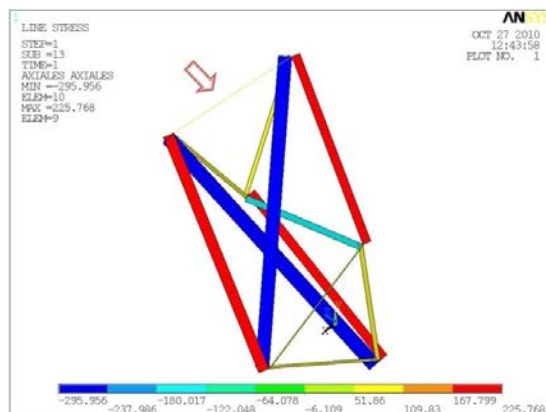


Figuras 8 y 9: Configuración inicial y deformada. Gráfico de fuerzas axiales, dos células, en N. Ejemplo Simplex.



Al llegar a este punto se debe examinar detenidamente como se encuentran distribuidos los esfuerzos. Concretamente, en el caso de que algún elemento no esté solicitado, se debe actuar bien sea sustituyendo dicho elemento por otro (barra por cable o viceversa), bien sea modificando la posición de sus extremos, bien sea aumentando el nivel de pretensión del elemento, o bien sea eliminando dicho elemento.

Figura 10: Diagrama de fuerzas axiales, detección del elemento no colaborante



Es sencillo identificar el elemento que no colabora graficando las fuerzas axiales o la variable STAT.

Si la distribución de esfuerzos no es homogénea (fenómeno común en los casos dónde se diseña a partir de una nube de puntos) resulta útil:

- Reforzar los elementos que se observan sobrecargados.
- Desequilibrar la distribución del *pre-stress* en los elementos con direcciones diferentes a la orientación de elemento sobrecargado, ya sea barra o cable.
- Redefinir la geometría hacia configuraciones que se enfrenten de forma más adecuada a la sollicitación.

Si el *solver* no converge sobre un equilibrio, esto puede deberse a:

1. Si la geometría es exactamente la misma que un poliedro convexo regular es probable que el equilibrio sea irresoluble. Esta situación se hace patente al intentar resolver el equilibrio en cualquier nudo, dónde se produce un haz de ecuaciones que presenta solución singular, un equilibrio inestable. Para salir de ésta situación es necesario:
 - Añadir una rotación relativa entre las caras.
 - Modificar ligeramente la geometría desplazando algún nodo.
 - Solicitar el modelo con una fuerza externa que lo aparte de la solución singular.
2. Otra posible razón para que el *solver* no converja sobre un equilibrio válido, es que la estructura modelada sea hipoestática, o al menos localmente hipoestática. Esta situación se puede identificar con facilidad sí, al ejecutar un análisis modal de la estructura (con elementos de autoestabilidad activados), se obtiene un primer modo propio de vibración nulo ($\sim 0\text{Hz}$). En estas situaciones será necesario:
 - Añadir miembros que determinen la estructura en el espacio.
 - Reconsiderar el número, la localización y el tipo de los apoyos que hacen que la estructura descargue en sus asientos.
3. El nivel de pretensión puede ser demasiado bajo, para los grandes desplazamientos que va a experimentar la estructura. Si la pretensión de los elementos no es suficiente en el camino hacia el equilibrio, un cable puede perder pretensión, y si ésta no es suficiente, puede alcanzarse una situación dónde el cable no colabore, convirtiendo la estructura en

un mecanismo hipoestático. Para resolver éste problema es necesario incrementar el nivel de pretensión en los cables. En ésta fase de diseño, es posible, y a menudo necesario, plantear niveles de pretensión alejados de la realidad del material, cuestión inocua, ya que aún no se ha modelado ningún criterio de fallo del material. Así éste se comportará de forma elástico-lineal, deformándose más allá de sus posibilidades. En general, en la fase de diseño los valores de pretensión que dan buenos resultados se inscriben en el intervalo (0.001-0.3) de la variable ISTRN, que cuantifica la deformación longitudinal unitaria prescrita a los elementos tipo LINK10 inicialmente.

4. Si los desplazamientos de la geometría introducida hacia una estable son elevados, el *solver* puede ofrecer avisos de divergencia. En estos casos, se debe realizar un proceso de subdivisión de los intervalos de carga, para hacer que el motor de cálculo no encuentre grandes desplazamientos entre pasos sucesivos.

Para seguir con el procedimiento debe realizarse un bucle de análisis numéricos y modificaciones, hasta que el cálculo converja sobre una configuración dónde:

1. Todos los elementos presenten coherencia con el sentido de su carga (tracción ó compresión) para el que fueron diseñados.
2. Los esfuerzos estén repartidos de forma homogénea por el entramado de barras y cables, existiendo una tensión residual no nula en todos los miembros del entramado.
3. Tras relanzar el cálculo con la geometría válida obtenida a partir del cálculo anterior, el *solver* converja sobre una configuración prácticamente idéntica, mostrando desplazamientos muy cercanos a cero, prácticamente despreciables.

2.3. Evaluación de los distintos métodos de diseño de estructuras tenségradas

En la tabla 4 se resumen las principales propiedades de los diversos métodos de *form finding*, comparados con las características mostradas por el método desarrollado en este trabajo.

Cabe destacar que en el método de diseño (*form-finding*) mediante un modelo MEF, es posible pasar de una sensación cualitativa a un valor cuantificable, y sobre todo, es especialmente útil la velocidad con la que se puede modelar. Además, un modelo MEF es una herramienta accesible, en contraposición al proceder de los métodos de diseño teóricos.

Tabla 4. Evaluación de los diferentes métodos de diseño

	¿El resultado asegura la estabilidad de la estructura?	¿Necesita cómo <i>input</i> una configuración estable?	¿Emplea simplificaciones asociadas a la simetría?	¿Considera esfuerzos externos?
Solución analítica	NO	NO	SI	NO
Programación no lineal / optimización	NO	SI	NO	NO
Relajación dinámica	SI	SI	NO	SI
Método de las densidades de fuerza	NO	NO	NO	SI
Métodos energéticos	SI	NO	NO	NO
Diseño mediante modelo real / prototipo	SI	NO	NO	SI
Diseño mediante modelo virtual / MEF	SI	NO	NO	SI

2.4. Validación mediante modelo MEF

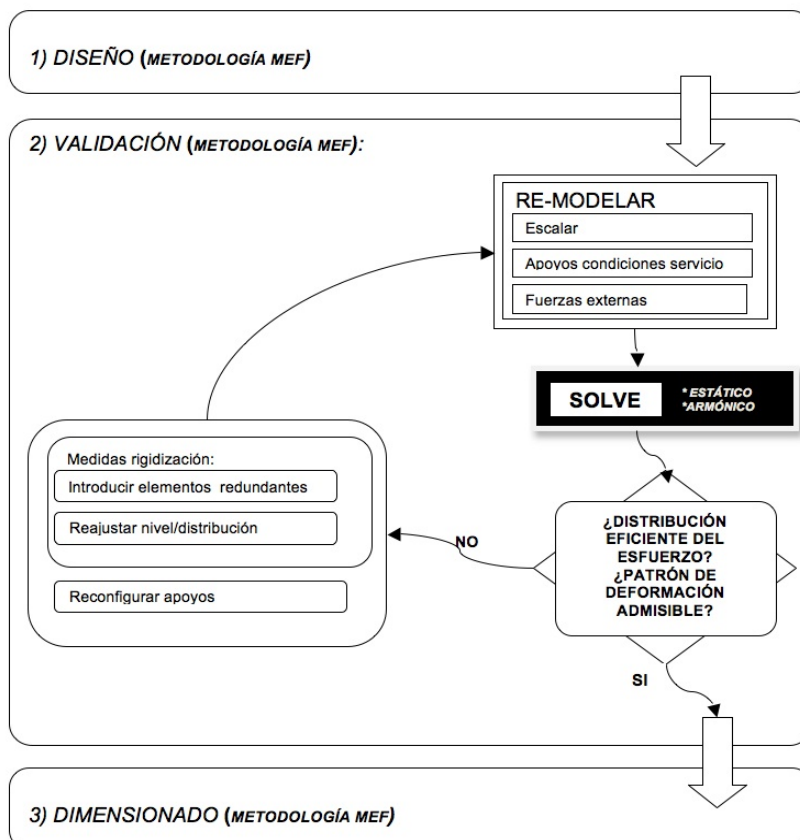
El proceso de validación es crítico cuando para diseñar se han empleado los métodos *form-finding* convencionales ya que muchos de ellos no aseguran estabilidad de la estructura resultante. Así, en estos casos, es necesario confirmar que efectivamente el resultado es un estado autoequilibrado válido. Sin embargo al diseñar mediante el modelo MEF propuesto en éste trabajo, la estructura resultante extraída de este proceso de diseño es necesariamente autoestable. Por tanto no es necesario validar dicho equilibrio.

Por tanto, en el contexto de diseño mediante modelo MEF se asignará a la fase de validación un significado diferente: modificar la estructura válida obtenida en la etapa de diseño, para hacer idóneo su comportamiento en carga.

De esta etapa se espera definir los siguientes aspectos sobre la estructura:

1. El comportamiento en carga. Su tendencia de deformación debe ser compatible con los parámetros y restricciones que garanticen los criterios de aptitud al servicio.
2. Rigidez aproximada. Ésta debe ser suficiente para hacer frente a cargas del mismo orden de magnitud que las solicitaciones que se introducirán en la etapa de dimensionado.
3. Miembros redundantes, que rigidicen la estructura, para hacerla idónea ante el tipo de solicitaciones que la motivaron, y que además supongan un seguro en caso de fallo de otro elemento.
4. Configuración de los apoyos, que conectarán la estructura con el medio. En este punto quedará definida la forma de descargar en sus asientos.
5. En el caso de tratarse de estructuras modulares, es decir, soluciones estructurales compuestas por varias células colaborando entre sí, debe definirse la estrategia de interconexión entre células.

Figura 11: Diagrama metodología de validación mediante modelo MEF



En primer lugar se debe remodelar la estructura introduciendo los siguientes elementos:

1. Por primera vez se incluirán las fuerzas externas. No es necesario implementar de forma detallada las diferentes hipótesis de carga. Las fuerzas externas modeladas simplemente tienen que estar orientadas como en la disposición de servicio, y tener un orden de magnitud aproximado. Entre estas cargas se debe incluir el peso propio de los elementos.
2. Es necesario escalar la estructura hasta las dimensiones reales.
3. Antes de comenzar éste proceso, conviene explorar las diferentes posibilidades para establecer la configuración de los apoyos.

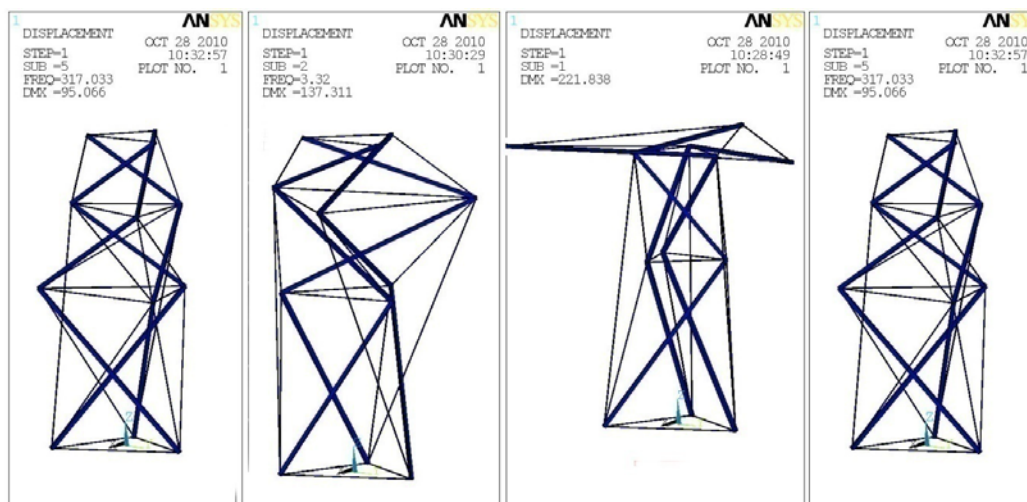
Una vez se ha remodelado bajo los principios enunciados hasta aquí, es necesario ejecutar:

1. Un cálculo estático de grandes desplazamientos, como el descrito anteriormente.
2. Un análisis de frecuencia y modos propios de vibración.

En éste punto se explora la solución, para observar:

1. Las constricciones implementadas. El comportamiento de descarga en los apoyos es un aspecto crítico. Éste tipo de sistemas estructurales se caracteriza por padecer grandes corrimientos. Por ello, en numerosas aplicaciones prácticas, es conveniente restringir el movimiento de éstos.
2. Las tendencias de deformación que presenta la estructura, mediante visualización de la deformada y modos propios de vibración. A partir de esta información se debe modificar la estructura en los siguientes aspectos (suele observarse los modos propios mediante escala ficticia):
 - Introducir elementos redundantes, que rigidicen la estructura de forma específica ante el comportamiento de deformación observado. Generalmente los elementos redundantes introducidos son cables, para respetar la integridad tensional que caracteriza a estos sistemas.
 - Modificar, si es posible, la configuración de los apoyos.

Figura 12: Primeros modos propios de vibración de una estructura, escala ficticia



Una vez se han introducido las modificaciones se deben relanzar ambos cálculos y repetir el proceso hasta que el comportamiento de el sistema sea satisfactorio. Sí, tras varios ciclos de modificaciones y cálculo no se logra acondicionar la estructura hasta hacerla útil, será necesario visitar las primeras fases del protocolo de diseño, para replantear la solución.

Además, para estructuras modulares (que están compuestas por varias células tenségradas colaborando), el proceso de validación debe abordar la evaluación de las posibles estrategias de unión entre éstas. Esta cuestión resulta crítica pues determinará en buena medida las capacidades resistentes de la estructura final.

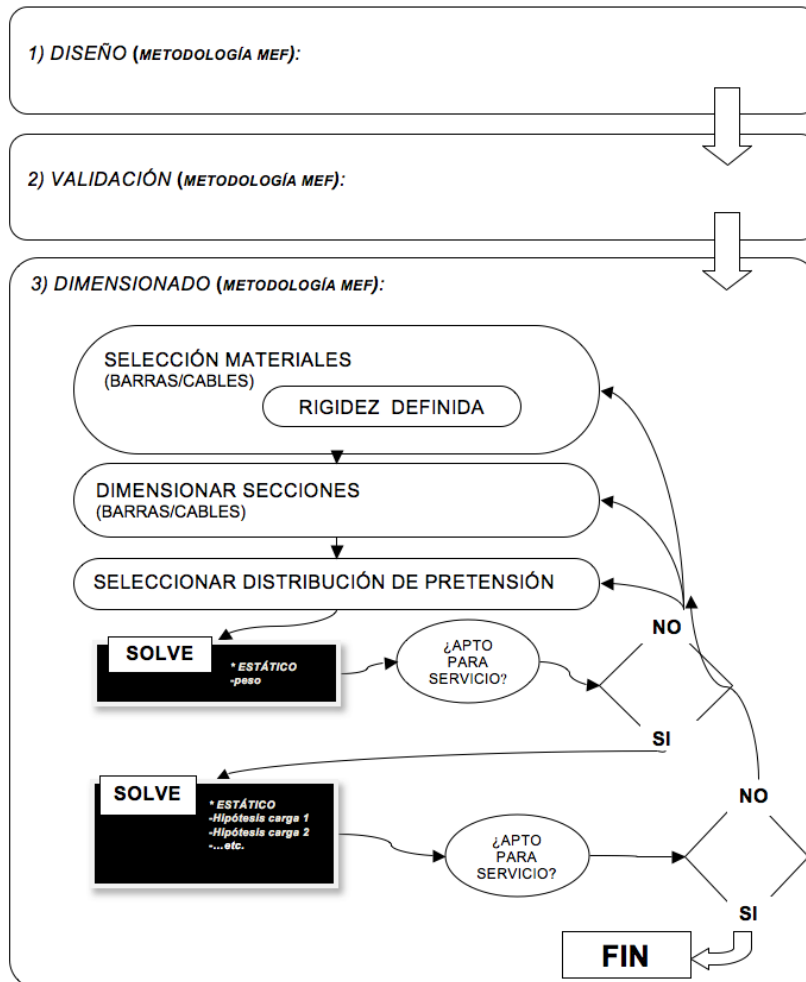
2.5. Dimensionado mediante modelo MEF

En esta fase del proceso, deben quedar definidos la totalidad de los aspectos que determinan la estructura. El protocolo a seguir es esencialmente idéntico al empleado para dimensionar estructuras convencionales, donde se lleva a cabo un bucle de análisis y modificaciones para verificar que la estructura resiste de forma satisfactoria a las diferentes hipótesis de carga que se contemplan.

Para ello, a partir de la topología definida en las fases de diseño y validación se debe definir:

1. Material de los elementos.
2. Secciones de los elementos.
3. Nivel y distribución de la pretensión.

Figura 13: Diagrama metodología de dimensionado mediante modelo MEF



A partir de éste modelo se realizará un análisis estático cuya única sollicitación será el peso propio de los elementos. Si el sistema cumple los criterios que se citan a continuación, se procede a analizar la respuesta del sistema bajo las diferentes hipótesis de carga. Si bajo estas sollicitaciones el sistema sigue cumpliendo los citados criterios, la estructura quedará

perfectamente definida. En caso contrario, se deben redefinir materiales, secciones y nivel-distribución de *pre-stress*.

Los distintos criterios se pueden dividir en tres grupos: criterios de usabilidad (según normativa específica o bien en relación a la solución o sistema constructivo empleado), criterios de resistencia de materiales, teniendo en cuenta que las tensiones deben situarse en la zona elástica, y finalmente comprobando que no se alcanza en ninguna barra la tensión crítica de pandeo.

3. Conclusiones

Se ha estudiado el proceso de diseño y los métodos *form-finding* de estructuras tenségradas, llegándose a la conclusión de la necesidad de introducir en los métodos de cálculo algo de la doctrina que desprende la forma de trabajo de Kenneth Snelson, mediante prototipos a escala. Por ello se ha decidido desarrollar un método de diseño basado en un modelo de cálculo por elementos finitos. Éste se distingue por tener un carácter pragmático, funcional y flexible, en contraposición a los métodos convencionales disponibles hasta el momento, que desde una óptica analítica, son robustos, pero rígidos.

Se ha elaborado un modelo MEF cuyo comportamiento real ha sido validado con los resultados obtenidos tanto por razonamientos analíticos como por resultados publicados por los autores más relevante en éste contexto. De esta forma se certifica que las hipótesis de cálculo adoptadas sobre el modelo virtual reflejan fielmente el comportamiento mecánico real.

Por otro lado se ha desarrollado un protocolo de diseño, basado en de estructuras convencionales, para estructuras tenségradas utilizando el modelo MEF validado. Para ello se han revisitado las fases de diseño, validación y dimensionado sucesivamente para adaptarlas al comportamiento de este tipo de estructuras, elaborando una hoja de ruta unívoca. Todas las consideraciones han sido enunciadas en forma de principios genéricos y están asociadas al trabajo con el modelo MEF desarrollado.

4. Bibliografía

- Belkacem, S. (1987). *Recherche de forme par relaxation dynamique des structures reticules spatiales autoconstraints*, Doctoral dissertation, Université Toulouse III Paul Sabatier, Toulouse, France.
- Burkhardt, R.W. (2008). *A practical guide to tensegrity design*. Version 2.30.
- Burkhardt, R.W. (2006). *The application of nonlinear programming to the design and validation of tensegrity structures with special attention to skew prisms*. Version 3.06.
- Calladine, C. R. (1978). Buckminster Fuller's tensegrity structures and Clerk Maxwell's rules for the construction of stiff frames. *International Journal of Solids Structures*, 14, 161-172.
- Cohen, M.D. (1999). Kenneth Snelson Sculptures and Drawings 1968-1998, Exhibition review, Marlborough Chelsea New York.
- Connelly, R., & Terrell, M. (1995). Globally rigid symmetric tensegrities, *Structural Topology*, 21, 59-77.
- Connelly, R. (1993). Rigidity. *Handbook of Convex Geometry* (págs. 223-271). Amsterdam: Elsevier Publishers Ltd.

- Gómez-Jauregui, V. (2010). *Tensegrity structures and their application to architecture*. Tesis del Máster en Arquitectura en Queen's University Belfast, Belfast, U.K.
http://www.tensegridad.es/Publications/MSc_Thesis_Tensegrity_Structures_and_their_Application_to_Architecture_by_GOMEZ-JAUREGUI.pdf
- Linkwitz, K. (1999). Formfinding by the "direct approach" and pertinent strategies for the conceptual design of prestressed and hanging structures, *International Journal of Space Structures*, 14 (2), 73-87.
- Masic M., Skelton R., & Gillb P. E. (2006). Optimization of tensegrity structures, *International Journal of Solids and Structures*, 43, 4687- 4703.
- Mirats, J. M., & Hernández S. (2007). Tensegrity frameworks: Static analysis review. *Mechanism and Machine Theory*, 43, 859-881.
- Motro, R. (1984). Forms and forces in tensegrity systems. *Proceedings of Third International Conference on Space Structures* (180-185). Amsterdam: Elsevier Publishers.
- Pagitz, M., & Mirats J.M. (2009) Finite element based form finding algorithm fortensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures*, 46, 3235-3240.
- Pellegrino, S. (1986). *Mechanics of kinematically indeterminate structures*, Doctoral dissertation, University of Cambridge, U.K.
- Pugh, A. (1976). *An Introduction to Tensegrity*. Berkely and Los Angeles: University of California Press.
- Rhode-Barbarigos, L., Bel Hadj Ali, N., Motro, R. & Smith, I.F.C. (2010). Designing tensegrity modules for pedestrian bridges. *Engineering Structures*, 32, (4), 1158-1167.
- Schek, H.J. (1974). The force density method for form finding and computation of general networks, computer. *Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3, 115-134.
- Skelton, R., & Oliveira, M. (2009). *Tensegrity Systems*. London: Springer.
- Snelson, K.D. (1965). Continuous tension discontinuous compression structures. United States Patent Office, patent 3,169,611.
- Tibert, A.G., & Pellegrino, S. (2003). Review of form-finding methods for tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures*, 18, (4), 209–223.

Correspondencia (Para más información contacte con):

Josep Maria Puigoriol Forcada. Universidad Ramón Llull. IQS School of Engineering.
Departamento de Ingeniería Industrial. Vía Augusta 390, 08017, Barcelona, Spain.
Phone: + 34 93 267 20 00
Fax: + 34 93 205 62 65
E-mail: josep.puigoriol@iqs.url.edu
URL: <http://www.iqs.edu/>