

ANALYSIS OF COMPOSITE SECTIONS UNDER AXIAL COMPRESSION AND BIAXIAL BENDING MOMENTS.

Ernesto Fenollosa

Iván Cabrera

Department of Mechanics of the Continuous Medium and Theory of Structures

Universitat Politècnica de València

Abstract

The current work undertakes the study of composite columns composed by a steel profile coated with reinforced concrete under axial compression and biaxial bending moments, applying a calculus procedure within the framework of the Eurocode 4 regulations.

Due to the high computational complexity derived from the coexistence of materials with different behaviors and from the numerous variables taken into account, a new software has been developed based on an algorithm which integrates stresses using Viridi and Dowling's principles.

Therefore, when evaluating the composite section stress capacity, we can take into account its materials characteristics by considering the concrete and steel non-linear constitutive relationships.

This software is able to automatically produce the section interaction curve or surface, depending on the case being an axial with a single bending moment or an axial with both bending moments. The outcome graphs are especially useful when estimating the sizing of composite columns.

Moreover, because of its integration into a more general structures analysis software, it is possible to check composite columns, which means it being a powerful tool when sizing this complex typology at professional studios.

Key words: *structures; columns; composite sections; axial; bending moment; concrete; steel*

ANÁLISIS DE SECCIONES COMPUESTAS SOMETIDAS A FLEXOCOMPRESIÓN ESVIADA.

Ernesto Fenollosa

Iván Cabrera

Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Universidad Politécnica de Valencia

Resumen

El presente trabajo aborda el estudio de los soportes mixtos formados por un perfil metálico recubierto de hormigón con armaduras, sometidos a flexocompresión esviada, aplicando un procedimiento de cálculo a la vista del marco normativo del Eurocódigo 4.

Dada la elevada complejidad de cálculo derivada de la existencia de materiales con distintos comportamientos y de las numerosas variables contempladas, se ha desarrollado un programa informático basado en un algoritmo que integra las tensiones a partir del planteamiento propuesto por Viridi y Dowling.

De esta forma, en la evaluación de la capacidad resistente de la sección mixta se tienen en cuenta las características de los materiales que la componen mediante la consideración de las relaciones constitutivas, no lineales, del hormigón y del acero.

Esta aplicación informática es capaz de generar automáticamente, la curva o superficie de interacción de la sección, según se trate, respectivamente, de un caso de flexocompresión recta o esviada. Las gráficas así obtenidas, resultan especialmente útiles en el predimensionado de soportes mixtos.

Además, gracias a su integración en un programa de análisis de estructuras, es posible la comprobación de soportes de sección mixta, lo que constituye una potente herramienta para el dimensionamiento de este complejo tipo de elementos estructurales en los despachos profesionales.

Palabras clave: *estructuras; soportes; secciones mixtas, flexocompresión; hormigón; acero*

1. Introducción

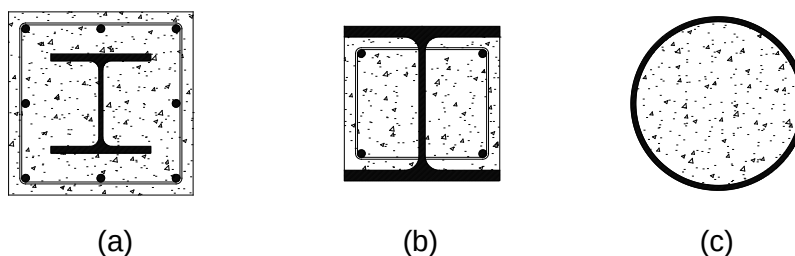
El presente trabajo aborda el estudio de los Soportes Mixtos, entendidos como el elemento estructural compuesto por hormigón y acero estructural o conformado en frío, sometido fundamentalmente a compresión que puede ir acompañada de flexión. El hormigón y el acero deben estar unidos mediante conectadores para limitar el desplazamiento longitudinal entre ambos, y evitar el despegue de un componente del otro.

El marco normativo de referencia será el Eurocódigo 4 (1995), una de las normas más recientes y completas sobre la materia, que dedica su apartado 4.8 a los “Pilares mixtos”.

Algunas de las secciones típicas en este tipo de soportes, según la clasificación que establece el Eurocódigo 4, se recogen en la Figura 1:

- secciones recubiertas de hormigón (a): un perfil metálico completamente embebido en la sección de hormigón, que incluye armadura longitudinal y transversal.
- secciones parcialmente recubiertas o enrasadas (b): el hormigón queda exterior al perfil pero no lo rodea completamente, de forma que algunas caras del soporte quedan de hormigón y otras metálicas. Al igual que el primer tipo, el hormigón también puede incluir armaduras.
- secciones rellenas de hormigón (c): tubo metálico relleno de hormigón, que puede incluir en su interior otro perfil o armaduras.

Figura 1: Secciones típicas de Soportes Mixtos



Como característica principal de estos elementos, podemos señalar (Monfort, 2002) que proporcionan resistencia suficiente para cargas elevadas con secciones relativamente pequeñas (es necesario que la sollicitación dominante sea de compresión), lo que los hace especialmente apropiados como soportes en “edificios en altura”. Además los soportes recubiertos presentan buen comportamiento frente a la corrosión y sobre todo al fuego, siendo necesario en algunos casos recurrir a una solución de este tipo, para alcanzar los tiempos de estabilidad al fuego requeridos por la normativa vigente.

Como principales inconvenientes cabe citar que los métodos de cálculo resultan laboriosos, debido a la complejidad propia de estos elementos y a la falta de tablas y gráficos de ayuda, y, como caso particular, que en soportes rellenos, al quedar el acero exterior, no se obtiene la protección contra el fuego que se consigue en los soportes recubiertos.

Dado que los inconvenientes afectan, especialmente a los soportes rellenos y que en la práctica profesional es más frecuente el uso de los soportes recubiertos, en el presente estudio, se decide desarrollar los planteamientos teóricos para ésta última tipología citada.

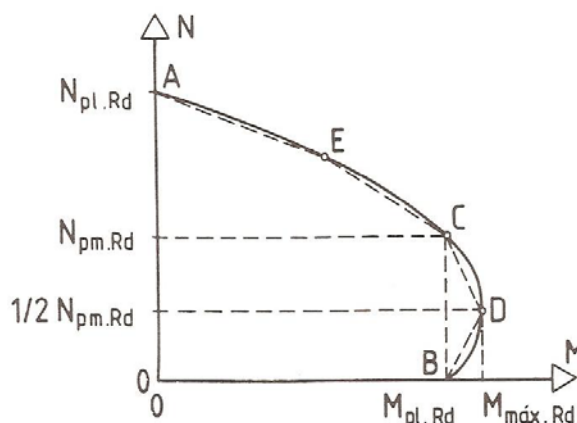
No obstante, el trabajo que aquí se desarrolla, sería aplicable a los soportes metálicos rellenos sin más que considerar el incremento de resistencia del hormigón por el efecto de confinamiento que produce el tubo metálico.

Métodos de cálculo.

El Eurocódigo 4 contempla dos procedimientos de cálculo: uno, que denomina “general”, del que sólo establece las hipótesis de cálculo y que resulta de compleja aplicación práctica, aunque es aplicable inclusive a pilares con secciones asimétricas o de canto variable a lo largo de su longitud, y otro, que denomina “simplificado”, mucho más sencillo, aunque con mayores restricciones en su campo de utilización¹.

El proceso propuesto en el “Método simplificado de cálculo” comienza con el trazado del diagrama de interacción de la sección a partir de 5 pares de valores ($N_{pl,Rd}$ - $M_{pl,Rd}$) representativos, asociados a otras tantas posiciones significativas del eje neutro:

Figura 2: Diagrama de interacción para compresión y flexión monoaxial



- Punto A: corresponde al agotamiento de la sección en compresión simple ($M=0$). El eje neutro se supone en el infinito.
- Punto B: corresponde al agotamiento de la sección por flexión pura ($N=0$). La posición del eje neutro es tal que se produce el equilibrio de fuerzas internas de la sección (sin considerar la resistencia a tracción del hormigón).
- Punto C: su abscisa es la misma que la del punto B ($M_{pl,Rd}$), anteriormente determinada, y con el eje neutro situado a la misma distancia del eje de simetría de la sección, pero al otro lado del centro de gravedad.
- Punto D: corresponde a una posición de la fibra neutra coincidente con el centro de gravedad de la sección completa (baricentro mecánico). Al momento flector resultante, se le atribuye el máximo valor que puede soportar la sección ($M_{máx,Rd}$).
- Punto E: la fibra neutra se sitúa entre la posición del punto C y la arista de la sección. Este punto no es necesario para perfiles en H con flexión según su eje fuerte.

¹ No obstante, las condiciones que afectan a la sección de la barra, como son la doble simetría, un factor de contribución del acero comprendido entre 0,2 y 0,9, el espesor del recubrimiento de hormigón en los soportes embebidos o la limitación de la armadura longitudinal, son razonables y sencillas de cumplir.

En cualquiera de estas posiciones del eje neutro, las solicitaciones de agotamiento se determinan suponiendo que la sección se encuentra totalmente plastificada y por tanto con todos los puntos de cada material trabajando a su máxima capacidad resistente.

Disponiendo de la curva de interacción, la comprobación de una sección frente a un estado de flexocompresión recta consiste en comprobar que el punto N_d-M_d queda en la superficie encerrada por la curva.

2. Objetivos

Dadas las numerosas variables que intervienen en el proceso de dimensionamiento o comprobación de una sección mixta como son las dimensiones de la sección de hormigón, el tipo y tamaño del perfil estructural, el número y diámetro de las barras de refuerzo longitudinal o la resistencia característica de cada uno de los materiales, nos hemos propuesto como primer objetivo, el desarrollo de un programa informático que permita elaborar el diagrama de interacción de cualquier sección mixta embebida, con similar proceso al indicado en el método simplificado contemplado en el Eurocódigo, pero introduciendo dos matices:

1. Puesto que el proceso es informático, se pueden obtener tantos puntos de paso del diagrama como se desee, simplemente con fijar una nueva posición del eje neutro.
2. Las tensiones de cada punto no se consideran constantes e iguales a la tensión de cálculo de cada material, sino que a partir de la imposición de la condición de rotura, el valor de la tensión se obtiene entrando en la ley que relaciona la tensión con la deformación en cada material.

Como segundo objetivo se plantea introducir una nueva variable, el giro del eje neutro respecto de los ejes de la sección, de forma que desplazándolo respecto del centro de gravedad e imponiendo la misma condición de agotamiento, se podrá obtener la superficie de interacción para el caso de la flexocompresión esviada.

Cabe indicar que si bien la representación del diagrama para el caso de la flexocompresión recta es plana y su uso práctico es sencillo, la representación en el caso de la flexocompresión esviada es tridimensional, y de compleja aplicación práctica. Para facilitar su uso, la superficie se ha seccionado por planos de axil constante y representado como un conjunto de curvas planas.

El programa desarrollado permite, además, la comprobación automática de la sección mixta que se desee sometida a flexocompresión plana o esviada, sin necesidad de pasar por los diagramas de interacción.

Por último nos hemos propuesto la implementación del módulo de cálculo de secciones mixtas en el programa de análisis matricial, AV_CID (Alonso, 2011), de forma que, tras el cálculo de una estructura, sea posible la comprobación de los soportes mixtos y su redimensionamiento en caso necesario.

3. Metodología

3.1. Simplificaciones e idealizaciones

Para la resolución del problema planteado en soportes mixtos se ha recurrido a ciertas simplificaciones e idealizaciones². A continuación se indican las más importantes:

- Existe una completa interacción entre el acero y el hormigón, las tensiones en el acero y hormigón en sus superficies de contacto se suponen compatibles.
- La deformación de la sección se supone lineal, variando proporcionalmente a la distancia a la fibra neutra: se supone que una sección plana antes de la deformación, permanece plana incluso después de la aplicación de las cargas. Este supuesto no es estrictamente correcto, excepto cuando la flexión se produce respecto de un plano de simetría. En otro caso la sección está sujeta a efectos de torsión que producen alabeos, aunque pequeños, de la sección.
- Las curvas tensión-deformación del hormigón, del acero para armar y del acero estructural, usadas en el análisis son las descritas en el apartado “Características resistentes de los materiales” del presente texto, basadas en relaciones observadas en probetas ensayadas experimentalmente.
- Se desprecian la resistencia a tracción del hormigón y el incremento de tensión por endurecimiento del acero, aunque unas ligeras correcciones en el programa informático permitirían considerarlas.
- Las tensiones tangenciales son pequeñas, por lo que su efecto sobre las deformaciones y sobre la resistencia se ha despreciado.

3.2. Planteamiento conceptual

La idea del programa informático parte del planteamiento desarrollado por Virdi y Dowling (1973) que consiste en subdividir la sección en una parrilla de pequeños elementos rectangulares.

Se supone que cada una de estas superficies está compuesta de un único material: hormigón, acero para armar o acero estructural (podría incluirse cualquier otro material o incluso la ausencia del mismo).

Aunque en el presente trabajo el método se ha aplicado a perfiles metálicos recubiertos de hormigón, y a secciones de hormigón armado para la verificación de los resultados mediante la comparación con otros programas, también podría aplicarse a perfiles metálicos huecos rellenos de hormigón, incluyendo las correcciones oportunas para la consideración del efecto del confinamiento del hormigón e incluso a secciones compuestas de hormigón reforzado con barras de fibra de vidrio.

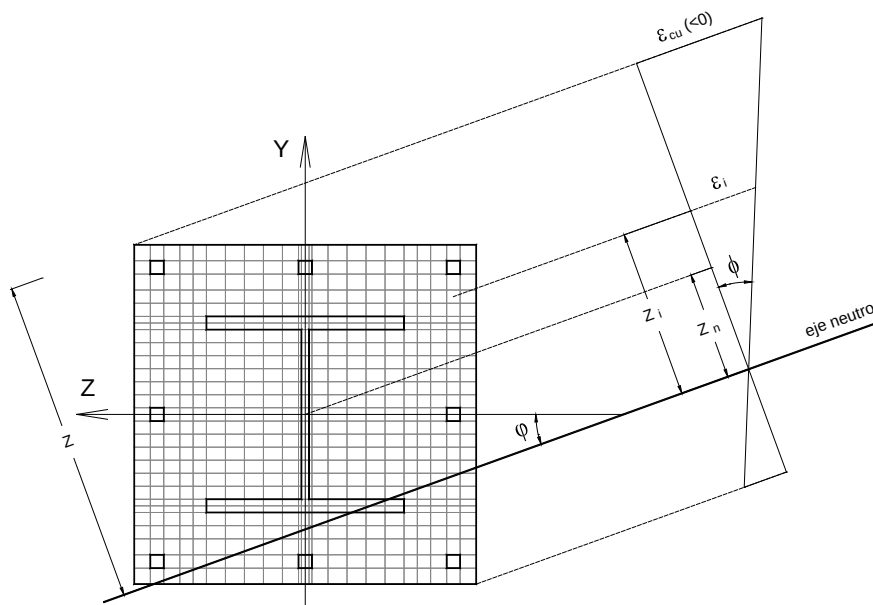
Como principales simplificaciones adoptadas en el modelo cabe citar que:

1. El área circular de las barras de acero se sustituyen por un área cuadrada que cumple dos condiciones: el área sustituida es igual al área equivalente del cuadrado y su centro coincide con el del cuadrado equivalente.

² Las simplificaciones e idealizaciones utilizadas, habituales en el cálculo estructural, se basan en criterios de los Eurocódigos (ver artículo 4.8.2.2 del Eurocódigo 4 y artículo 4.3.1.2 del Eurocódigo 2)

2. El área de la superficie de acuerdo entre el alma y las alas de los perfiles estructurales no se ha tenido en cuenta en el presente trabajo, aunque podría considerarse siguiendo las condiciones anteriormente indicadas.

Figura 3: Discretización de una sección mixta



3.3. Procedimiento de cálculo

En el caso de flexión esviada compuesta, la relación momento-axil-curvatura involucra seis variables, que respecto del sistema de referencia grafiado en la Figura 3 son: el axil P , el momento M_x , el momento M_y , la distancia z_n desde el eje neutro al centro de gravedad de la sección, la curvatura ϕ del plano de deformación y el ángulo θ que forma el eje neutro con el eje Y .

Asignando valores a tres variables cualquiera, las otras tres se pueden encontrar, al menos en principio.

Partiendo de unas solicitaciones conocidas, P , M_x y M_y , el proceso para la comprobación de una sección, consiste en determinar, mediante un proceso iterativo, el resto de incógnitas z_n , ϕ y θ , que conducen a una posición de equilibrio. Cabe reseñar que si las solicitaciones de partida correspondiesen a una situación de agotamiento, no se podría alcanzar la posición de equilibrio.

No obstante, el camino adoptado en el presente trabajo consiste en asignar valores a θ , ϕ y z_n . De esta forma no se requiere el proceso iterativo, y el axil y los momentos se obtienen directamente por integración de las tensiones a lo largo de todos los puntos de la sección.

Si, en la asignación del valor de ϕ (curvatura del plano de deformación) se impone la condición de agotamiento de la sección (deformación de rotura de cada material en el punto respectivo más alejado del eje neutro), las solicitaciones que se obtienen corresponden a situaciones de agotamiento para cada una de las posiciones del eje neutro.

De esta forma, mediante el progresivo desplazamiento y giro del eje neutro, z_n y θ respectivamente, se obtendrán los puntos que conforman la superficie del diagrama de interacción.

Dado que el programa se pretende aplicar sobre secciones con doble eje de simetría, el ángulo θ que forma el eje neutro con el eje y se hace variar entre 0 y $\pi/2$, lo cual permite reducir el número de posiciones a analizar.

El proceso, a partir de la determinación de la curvatura del plano de rotura, consiste en determinar la deformación de cada uno de los centros de gravedad de las celdillas y, por aplicación de la relación tensión-deformación del material que se le ha asignado, la obtención de la tensión y fuerza en cada celdilla. El sumatorio de las componentes fuerza de cada celdilla y la consideración de su excentricidad sobre los dos ejes principales de la sección da lugar a la resultante de fuerzas P y momentos M_x y M_y sobre la sección.

El desarrollo concreto de este planteamiento conceptual se expone con mayor detalle en los apartados siguientes.

3.4. Características resistentes de los materiales

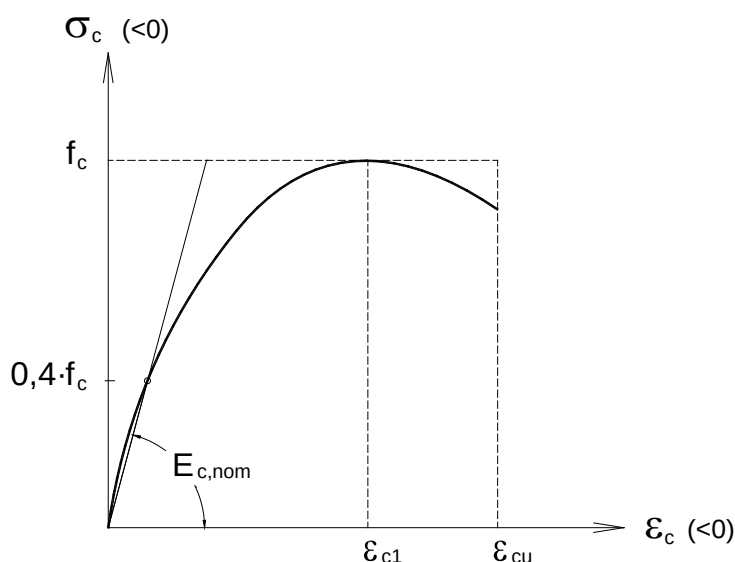
Como relaciones tensión-deformación de los materiales, se consideran las siguientes:

1. En el hormigón

Diagrama para el análisis estructural:

Para el análisis estructural teniendo en cuenta los efectos no lineales, se adoptará como diagrama tensión-deformación del hormigón el propuesto en el artículo 4.2.1.3.3 a) de la Parte 1-1 del Eurocódigo 2 (AENOR, 1993) que se representa en la Figura 4, definido por el módulo de elasticidad $E_{c,nom}$, por la resistencia a compresión del hormigón f_c y por la deformación ε_{c1} correspondiente a la resistencia a compresión f_c .

Figura 4: Diagrama tensión-deformación del hormigón para cálculo estructural



Los valores del módulo de elasticidad $E_{c,nom}$, de la resistencia a compresión del hormigón f_c y de la deformación última ε_{cu} para cada clase de hormigón, así como los coeficientes de seguridad parciales para la minoración de la resistencia, se pueden consultar en el mencionado Eurocódigo 2.

La relación tensión-deformación de la curva mostrada en la Figura 4, se puede expresar por la función:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{\kappa \cdot \eta - \eta^2}{1 + (\kappa - 2) \eta} \quad (1)$$

donde:

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

$$\varepsilon_{c1} = -0,0022$$

$$\kappa = (1,1 \cdot E_{c,nom}) \cdot \varepsilon_{c1} / f_c$$

$$E_{c,nom}$$

siendo ε_c y ε_{c1} ambos menores que cero

deformación correspondiente a la tensión de compresión máxima f_c

con f_c introducido como $-f_c$

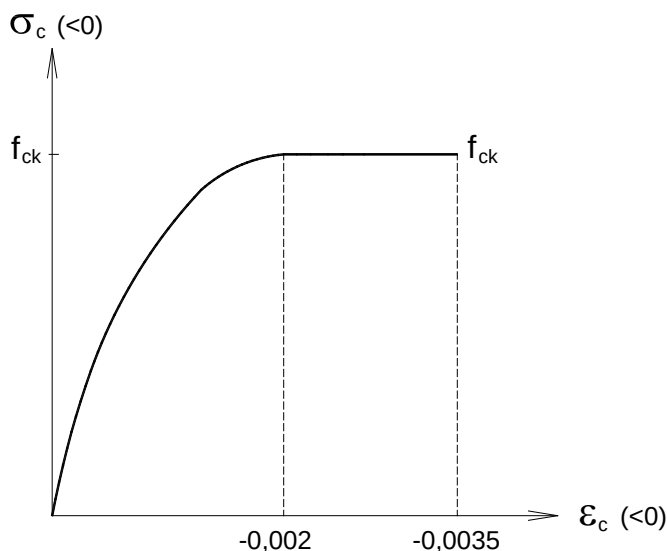
representa el valor medio E_{cm} del módulo de deformación longitudinal, o el correspondiente valor de cálculo E_{cd}

La relación anterior es válida siempre que $0 > \varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$ donde ε_{cu} representa la deformación última de la fibra extrema sometida a compresión. Como simplificación podría suponerse un valor constante de $\sigma_c = f_c$ en el intervalo $\varepsilon_{c1} > \varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$.

Diagrama para el cálculo de secciones:

No obstante, para el cálculo de secciones, la idealización más frecuentemente utilizada es el diagrama parábola-rectángulo propuesta en el artículo 4.2.1.3.3 b) de la Parte 1-1 del Eurocódigo 2 (AENOR, 1993).

Figura 5: Diagrama tensión-deformación del hormigón: parábola-rectángulo



La deformación máxima ε_{cu} adoptada en este diagrama es del 0,35 %

La relación tensión-deformación de la curva mostrada en la Figura 5, se puede expresar por la función:

$$\sigma_c = 1000 \cdot \varepsilon_c \cdot (250 \cdot \varepsilon_c + 1) f_{ck} \quad (2)$$

El diagrama de cálculo se deduce del diagrama idealizado mediante la reducción de la tensión al afectarla por un factor α/γ_c , ($f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c$) donde:

γ_c es el coeficiente parcial de seguridad del hormigón.

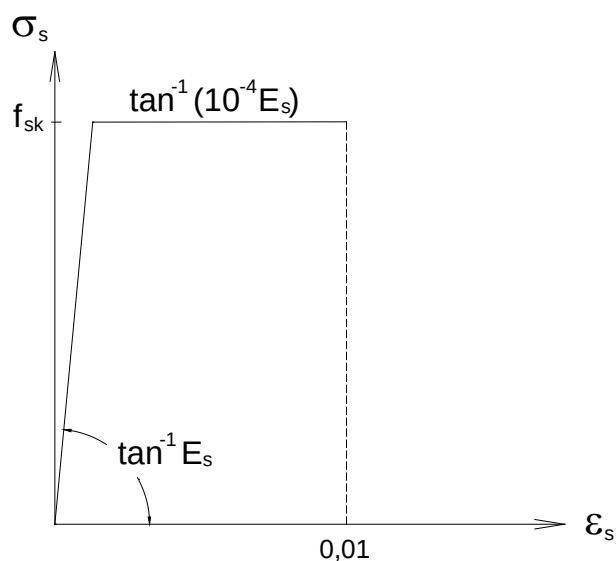
α es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto de la fatiga del hormigón en su resistencia a compresión y los efectos desfavorables resultantes de la forma en que se aplica la carga.

2. En el acero de armar y en el acero estructural:

De acuerdo con los artículos 3.2 y 3.3 de la Parte 1-1 del Eurocódigo 4 (AENOR, 1995), adoptaremos unos diagramas simplificados tensión-deformación constituidos por dos ramas, una primera que parte del origen, con pendiente igual a E_s (que se adopta 210 kN/mm^2) hasta f_{sk} (valor especificado del límite elástico característico, que depende del tipo de acero).

Una segunda rama horizontal, que, para cálculo por ordenador adoptaremos con una pendiente $E_s / 10000$, limitando la deformación unitaria a un valor máximo del 1 %.

Figura 6: Diagrama tensión-deformación para el acero de armar



Para los valores característicos del límite elástico de este material, se adoptaran los valores propuestos por EHE.

Los valores de las resistencias de cálculo se obtendrán dividiendo los valores característicos por los respectivos coeficientes de minoración de resistencias:

En el acero de armar: $f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s$ ($\gamma_s = 1,15$).

En el acero estructural: $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_a$ ($\gamma_a = 1,10$).

Los datos de la geometría de la sección del citado listado mostrado, se organizan con el siguiente orden y significado:

Línea 1: *npasosx, npasosy, dimx, dimy*

npasosx: número de divisiones en la dirección X

npasosy: número de divisiones en la dirección Y

dimx: dimensión de la sección en la dirección X

dimy: dimensión de la sección en la dirección Y

Línea 2 a línea (*npasosx*+1): *pasosx*

pasosx: dimensión de cada división en la dirección X

Línea (*npasosx*+1) a línea (*npasosy*+1): *pasosxy*

pasosy: dimensión de cada división en la dirección Y

Conocido el número de divisiones y las dimensiones de cada una de ellas, el programa determina la posición del centro de gravedad de cada celdilla, que referenciará a un sistema con origen en el centro de gravedad de la sección, como eje Z el eje fuerte del perfil metálico y como eje Y el eje débil del perfil.

Como se puede observar en la discretización expuesta en la Figura 7 para una sección de 45x45 cm, así como en su correspondiente listado de datos, el tamaño medio de las celdillas es de unos 2 cm. Se ha comprobado el efecto en los resultados del tamaño de estas celdillas, comparando esta misma sección con unas celdillas de un tamaño mitad (aproximadamente 1 cm), verificando que para las citadas dimensiones la repercusión no es apreciable.

Asignación de los materiales a las celdillas

A continuación se asigna el tipo de material a cada una de las celdillas mediante los siguientes códigos:

- 0 hormigón
- 1 acero estructural
- 2 acero de armar

En el listado de datos, Figura 8, dicha información se introduce mediante una matriz, cuyo número de filas es *npasosy* (número de divisiones de la sección en vertical) y el número de columnas es *npasosx* (número de divisiones de la sección en horizontal). Alternativamente se podría facilitar la misma información mediante una lista de códigos organizada por filas, con un número total de ellas igual a *npasosx* por *npasosy*.

Por mayor comodidad en la generación del fichero de entrada de datos (geometría y materiales) de la sección, se ha elaborado un programa informático, que, a partir de las dimensiones de la sección, de las características del perfil (dimensiones y espesores de alma y alas), diámetro de las armaduras y su recubrimiento, realiza la discretización y genera el citado fichero.

Características de los materiales

Las características mecánicas de los materiales se definen mediante distintos campos, organizados en la ventana principal del programa de cálculo, Figura 9, de forma independiente de los datos de la sección y que corresponden a las siguientes variables:

Hormigón:

f_{ck} (<i>Sigma_hor</i>):	resistencia característica (N/mm ²)
ε_c (<i>Epsilon_ult_hor</i>):	deformación última a compresión
E_{cm} :	módulo de elasticidad secante (N/mm ²)
γ_c (<i>Coeficiente_hor</i>):	coeficiente de seguridad parcial
α (<i>Alfa</i>):	coef. cansancio y aplicación carga

Acero estructural:

f_{yk} (<i>Sigma_st</i>):	límite elástico (N/mm ²)
ε_y (<i>Epsilon_y_st</i>):	deformación límite régimen elástico
γ_y (<i>Coeficiente_st</i>):	coeficiente de seguridad parcial

Acero de armar:

f_{sk} (<i>Sigma_ar</i>):	límite elástico (N/mm ²)
ε_s (<i>Epsilon_y_ar</i>):	deformación límite régimen elástico
γ_s (<i>Coeficiente_ar</i>):	coeficiente de seguridad parcial

Figura 9: Ventana principal del programa de cálculo

The screenshot shows the 'ENTRADA DE DATOS' (Data Entry) window of a structural analysis program. The window is titled 'CARACTERISTICAS DE LOS MATERIALES' (Material Characteristics). It is organized into several functional areas:

- File Selection:** A file explorer on the left shows a directory structure with files like '35x35 HEB-200 8/20 r3.dat'. A 'LEE FICHERO' (Load File) button is present.
- Material Properties Input:** The main area is divided into three columns for different materials:
 - HORMIGON (Concrete):** Fields for F_{ck} (25), ε_c (-0.0033), E_{cm} (30000), G_c (1.35), and α (0.85).
 - ACERO ESTRUCT. (Structural Steel):** Fields for F_{yk} (275), ε_y (0.0013095), and G_a (1.10).
 - ACERO ARMAR (Reinforcing Steel):** Fields for F_{sk} (400), ε_s (0.0019048), and G_s (1.15).
- Calculation Parameters:** On the left, there are buttons for 'CALCULO PLANO' and 'CALCULO ESVIADO', with input fields for 'Fibra' (-10), 'Repeti fibra' (100), 'Incrém fibra' (1), and 'Repet Giros' (11).
- Peritajes (Designs):** A section with buttons for 'PERITAR 2D', 'PERITAR 3D', and 'EQUILIBRIO', with corresponding numerical values and labels like 'Nd', 'Mzd', and 'Myd'.
- Calculation Conditions:** A section titled 'CONDICIONES DE CALCULO' with radio buttons for 'Agotamiento plastico seccion', 'Hormigon parab-rectang', and 'Hormigon EC-2' (which is selected).
- Effects to Consider:** A section titled 'EFECTOS A CONSIDERAR' with radio buttons for 'Endurecim. + Reologia + Residuales', 'Sin Endurecimiento', 'Sin Reologia' (which is selected), and 'Sin Residuales'.

Como se muestra en la Figura 9, la ventana de comunicación facilita valores por defecto para todos los datos mencionados, que pueden ser modificados por el usuario.

Opciones de cálculo

El programa informático desarrollado permite utilizar distintas relaciones tensión-deformación de los materiales utilizados:

- Diagrama plástico de la sección

Esta opción permite la consideración de la sección completamente plastificada, y por tanto con todos los puntos sometidos a la máxima tensión del material correspondiente: f_{cd} , f_{yd} o f_{sd} . Este es el estado que utiliza el método simplificado para secciones mixtas propuesto por el Eurocódigo 4 y nos ha permitido contrastar la validez del programa desde sus primeras etapas de desarrollo.

- Diagrama parábola - rectángulo en el hormigón

El diagrama tensión-deformación del hormigón adoptado para el cálculo de secciones, corresponde al denominado “parábola-rectángulo”, que se muestra en la Figura 5, y con una relación σ_c - ε_c definida por la Ecuación (2).

- Diagrama para “análisis estructural” en el hormigón

En este caso, el diagrama tensión-deformación del hormigón adoptado corresponde indicado por el Eurocódigo 4 para el “análisis estructural”, Figura 4, y con una relación σ_c - ε_c definida por la Ecuación (3).

Análisis de la sección

El proceso para la obtención de las distintas combinaciones axil (N) y momentos (M_y , M_z) que producen el agotamiento de la sección, tras la elección del diagrama tensión-deformación para los materiales, se realiza del modo que se expone a continuación.

Se adopta como variable independiente la posición de la fibra neutra, definida por su distancia al centro de gravedad (z_n) y por el ángulo que forma respecto del eje Z de la sección, y como condición el agotamiento del material que, en el caso de secciones mixtas, se produce en el hormigón.

Cuando la fibra neutra se desplaza paralelamente a los ejes principales Z, Y, casos de flexocompresión plana, las coordenadas de los centros de gravedad de cada celdilla se conocen a partir de los datos geométricos de partida de la sección.

Cuando la fibra neutra se encuentra girada un ángulo α respecto de los ejes principales, se requiere un paso previo en el que el programa cambia las coordenadas del centro de gravedad de todas las celdillas, para expresarlas respecto del sistema de referencia definido por el eje neutro. Se utiliza la siguiente expresión de transformación de coordenadas:

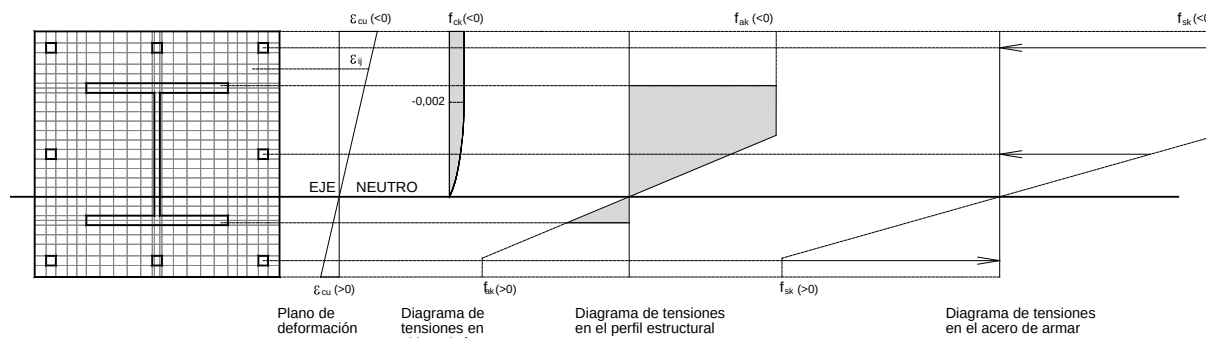
$$\begin{bmatrix} z' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

Siendo (z' , y') las coordenadas respecto del nuevo sistema de referencia, α el ángulo de giro de la fibra neutra respecto del eje Z y (z , y) las coordenadas del centro de gravedad de cada celdilla respecto del sistema Z, Y.

A continuación se determina la curvatura del plano deformado por aplicación de la condición de agotamiento: al centro de gravedad de la celdilla más alejada del eje neutro se le asigna una deformación igual a la deformación de rotura del hormigón, es decir, para hormigones HA-25/30, una deformación igual a 0,0033 si se utiliza el diagrama del hormigón “para cálculo estructural” o 0,0035 si se utiliza el “parábola-rectángulo”. La curvatura se obtiene

mediante el cociente entre la citada deformación y la distancia del punto más alejado a la fibra neutra ($\phi = \varepsilon_{cu} / z$).

Figura 10: Distribución de tensiones sobre la sección



Conocida la curvatura de la sección, se calcula la deformación a la que se encuentra sometida el centro de gravedad de cada una de las celdillas en que hemos discretizado la sección, mediante el producto de la curvatura por su distancia a la fibra neutra ($\varepsilon_i = \phi \cdot f_i$). Se ha aplicado la hipótesis: “la sección se mantiene plana tras la deformación”.

La tensión a la que se encuentra sometida cada celdilla, que se considera constante para toda su área. Su valor se obtiene, a partir de su deformación, por aplicación de la ley de comportamiento no lineal del material del que está constituida dicha celdilla

Las solicitaciones producidas por la configuración ($z_n - \theta - \phi$) de partida, y que corresponden a una de las solicitaciones de agotamiento de la sección (N_u, M_u), se obtienen por aplicación de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} N_u &= \sum_i \sigma_i \cdot A_i \\ M_{Yu} &= \sum_i \sigma_i \cdot A_i \cdot z_i \\ M_{Zu} &= \sum_i \sigma_i \cdot A_i \cdot y_i \end{aligned} \quad (4)$$

siendo:

- N_u axil de agotamiento de la sección
- M_{Yu} momento Y de agotamiento de la sección
- M_{Zu} momento Z de agotamiento de la sección
- σ_i tensión de cálculo de cada una de las celdillas
- A_i área de cada una de las celdillas
- y_i distancia del Centro de Gravedad de cada celdilla al eje Z de la sección.
- z_i distancia del Centro de Gravedad de cada celdilla al eje Y de la sección.

Los resultados (N_u, M_{Yu}, M_{Zu}) para las distintas posiciones del eje neutro se pueden obtener en forma de listado o de fichero tipo DXF (reconocible por programas CAD), a partir de los cuales se han elaborado los diagramas de interacción y las superficies mecánicas que se muestran en el siguiente apartado.

Verificación de resultados

La fiabilidad del programa desarrollado se ha verificado mediante la comparación de los resultados con los obtenidos de otras dos aplicaciones informáticas.

En el caso de secciones de hormigón armado se han comparado los resultados con los del "Prontuario Informático del Hormigón Estructural" realizado por el Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones.

Los resultados son coincidentes cuando en el programa desarrollado se utiliza como relación tensión-deformación para el hormigón el diagrama "parábola rectángulo" y un coeficiente alfa igual a 0,85, que son los criterios con los que calcula el mencionado Prontuario Informático.

En el caso de secciones mixtas, se han comparado los resultados con los de la aplicación "Composite Column Design" (2006), y con los valores obtenidos utilizando el "Método simplificado" incluido en el Eurocódigo 4.

Los tres diagramas de interacción son coincidentes cuando en el programa desarrollado se trabaja con la sección totalmente plastificada mientras que existen ligeras diferencias, especialmente en el entorno del momento máximo, cuando se utiliza como relación tensión-deformación del hormigón y el acero las grafiadas en la Figura 5 y Figura 6, al encontrarse la sección parcialmente plastificada.

4. Resultados

4.1. Flexocompresión recta

Como aplicación del programa de cálculo desarrollado, se han elaborado tablas que permiten el predimensionado de secciones mixtas sometidas a flexocompresión recta, para el caso de flexión respecto del Eje Fuerte y respecto del Eje Débil de la sección.

Para el trazado de las tablas que se muestran se ha utilizado el diagrama tensión-deformación del hormigón según el Eurocódigo 2 para cálculo estructural y las siguientes características para los materiales:

Resistencias de los materiales:

Hormigón.	HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$
Acero de armar.	B-400: $f_{sk} = 400 \text{ N/mm}^2$
Acero estructural.	S-275: $f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$

Coeficientes de minoración de resistencias:

Hormigón.	$\gamma_c = 1,35$
	$\alpha = 1,00$
Acero de armar.	$\gamma_s = 1,15$
Acero estructural.	$\gamma_y = 1,10$

Figura 11: Tabla de dimensionamiento. Flexocompresión plana. Eje Fuerte

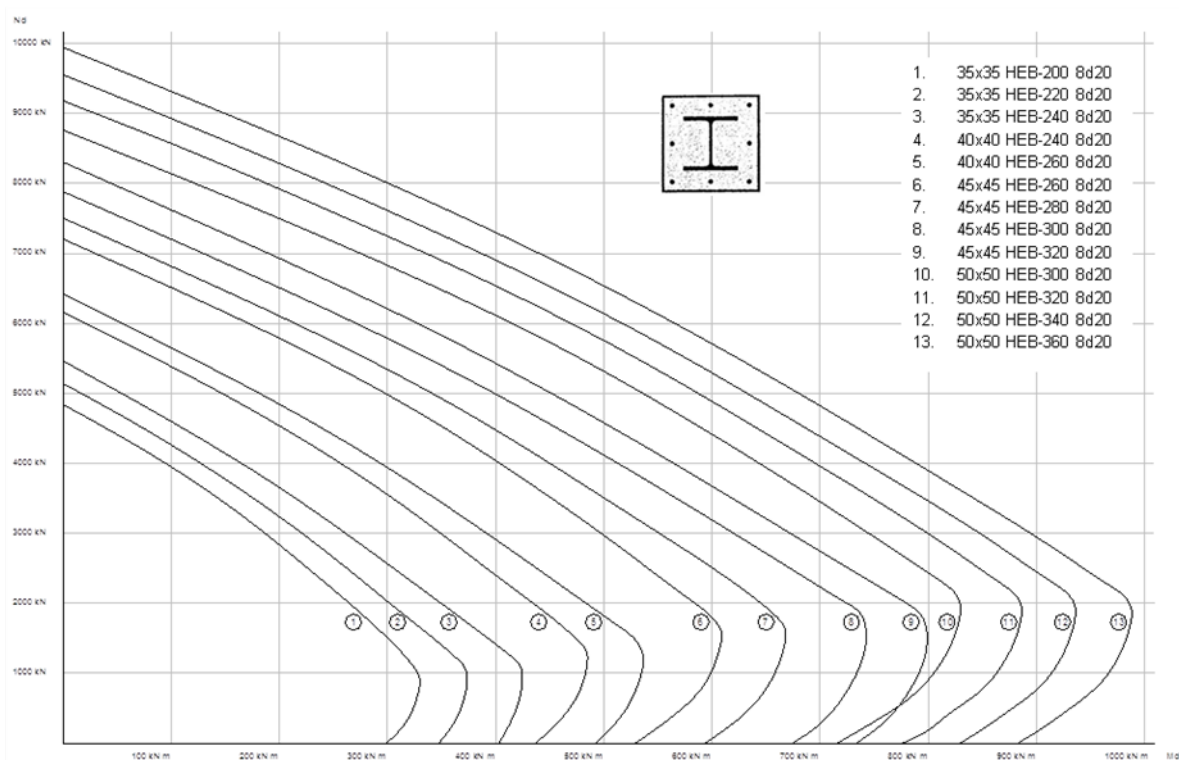
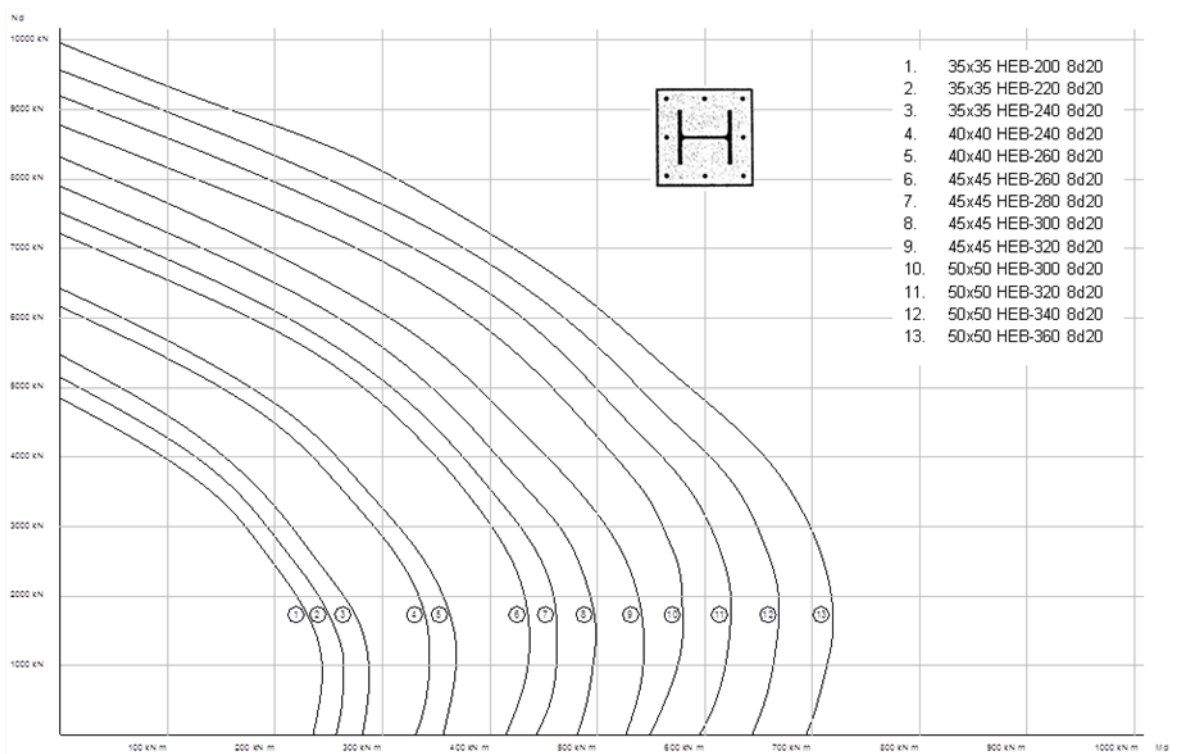


Figura 12: Tabla de dimensionamiento. Flexocompresión plana. Eje Débil

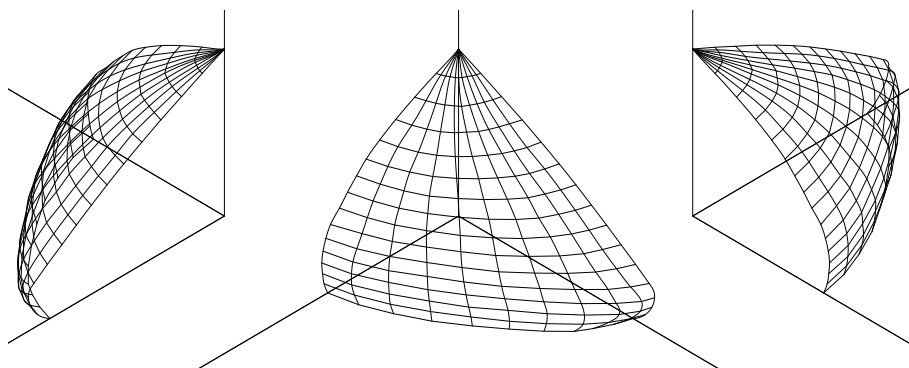


4.2. Flexocompresión esviada

En el caso de la flexocompresión esviada ($N+M_z+M_y$), la curva de interacción se convierte en una superficie.

En la Figura 13 se representa la superficie correspondiente a una sección mixta, obtenida mediante el programa de cálculo desarrollado, a partir de las dos curvas de interacción respecto de los dos ejes principales de la sección ($N+M_z$ y $N+M_y$) y otras 9 posiciones intermedias de la fibra neutra que ha ido girando desde una posición paralela al eje Z hasta una posición paralela al eje Y (meridianos). A continuación se representan una serie de curvas para axil constante (paralelos).

Figura 13: Representación tridimensional de la superficie de agotamiento



A modo de ejemplo, se han obtenido las superficies de interacción en flexocompresión esviada de tres secciones mixtas formadas por un perfil HEB embebido en una sección cuadrada de hormigón armado y ocho barras (una por esquina y una en mitad de cada cara) de diámetro 20 mm con un recubrimiento de 3 cm. Las dimensiones y perfiles de cada sección son las siguientes:

Sección de 35x35 cm. HEB-240. 8 ϕ 20. Recubrimiento=3cm

Sección de 40x40 cm. HEB-260. 8 ϕ 20. Recubrimiento=3cm

Sección de 45x45 cm. HEB-280. 8 ϕ 20. Recubrimiento=3cm

Las tablas que se muestran se han elaborado utilizando en el hormigón la relación tensión-deformación según el Eurocódigo 2 para cálculo estructural y las siguientes características para los materiales:

Resistencias de los materiales:

Hormigón. HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$

Acero de armar. B-400: $f_{sk} = 400 \text{ N/mm}^2$

Acero estructural. S-275: $f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$

Coefficientes de minoración de resistencias:

Hormigón. $\gamma_c = 1,35$

$\alpha = 1,00$

Acero de armar. $\gamma_s = 1,15$

Acero estructural. $\gamma_y = 1,10$

Para su representación gráfica, esta superficie ha sido cortada por planos de axil constante, a intervalos de 500 kN.

Figura 14: Curvas de dimensionamiento y superficie mecánica. Sección 35x35 HEB-240 8Φ20

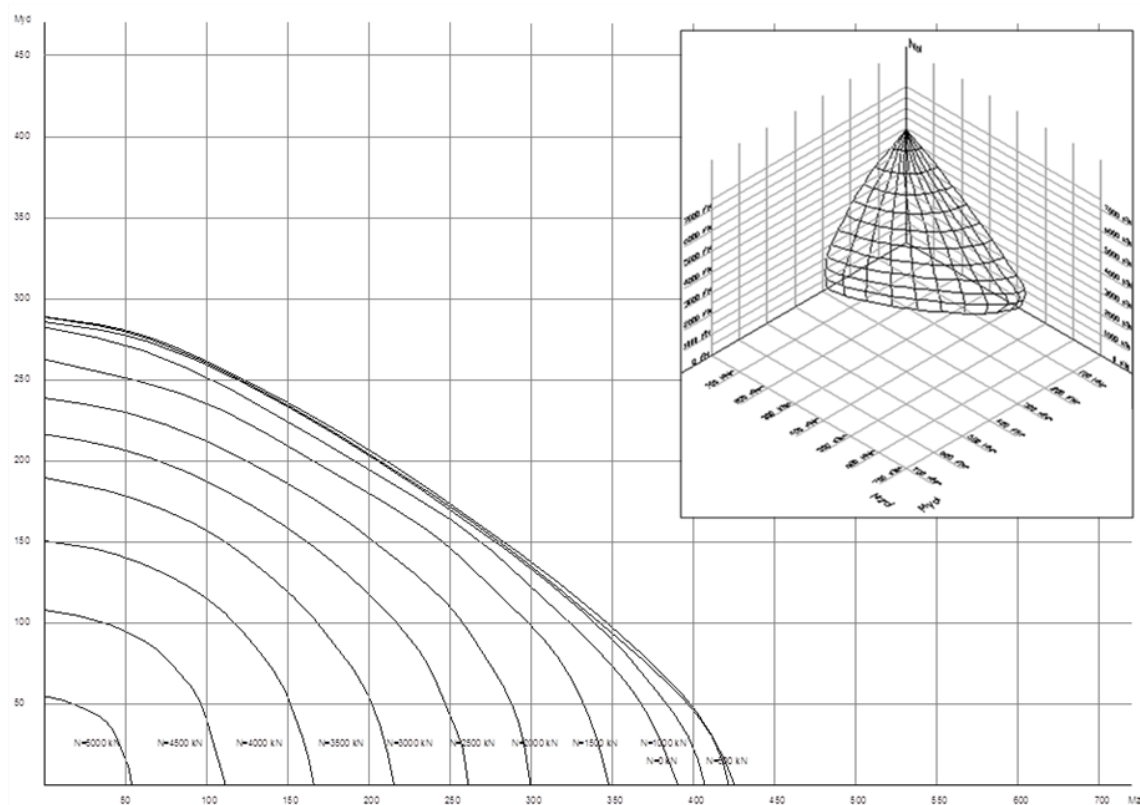


Figura 15: Curvas de dimensionamiento y superficie mecánica. Sección 40x40 HEB-260 8Φ20

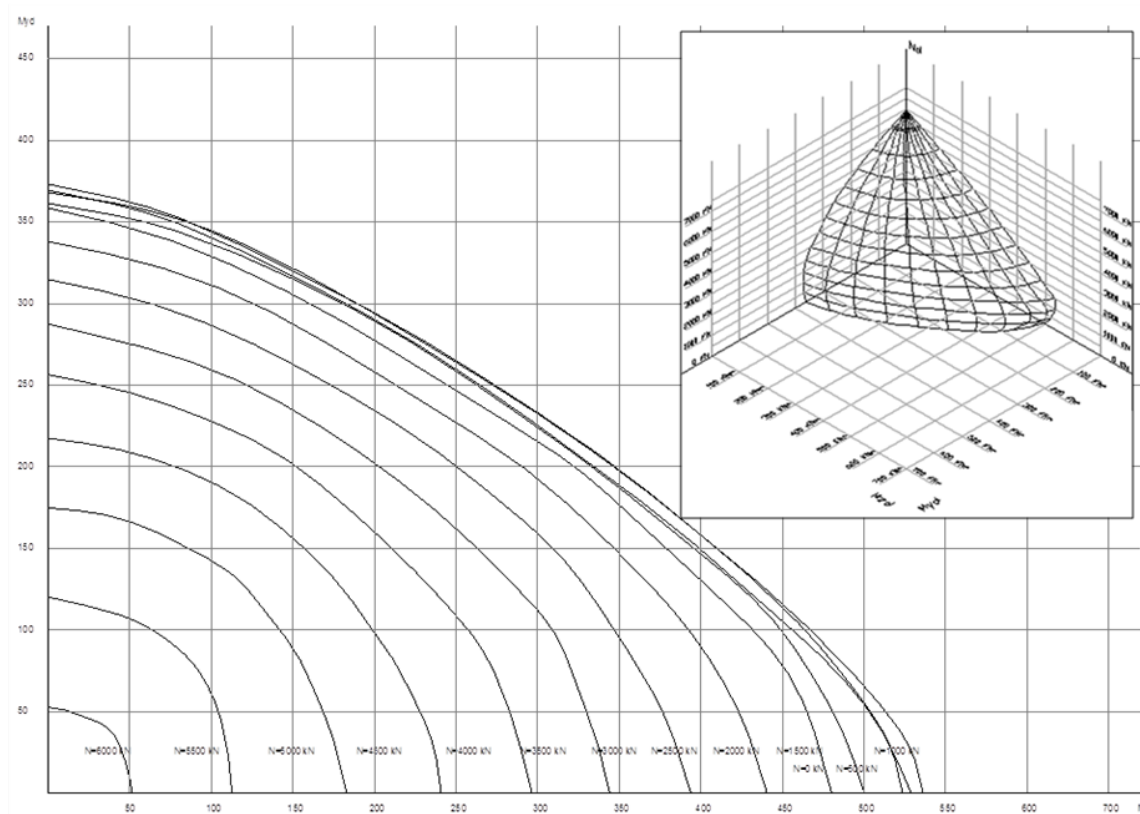
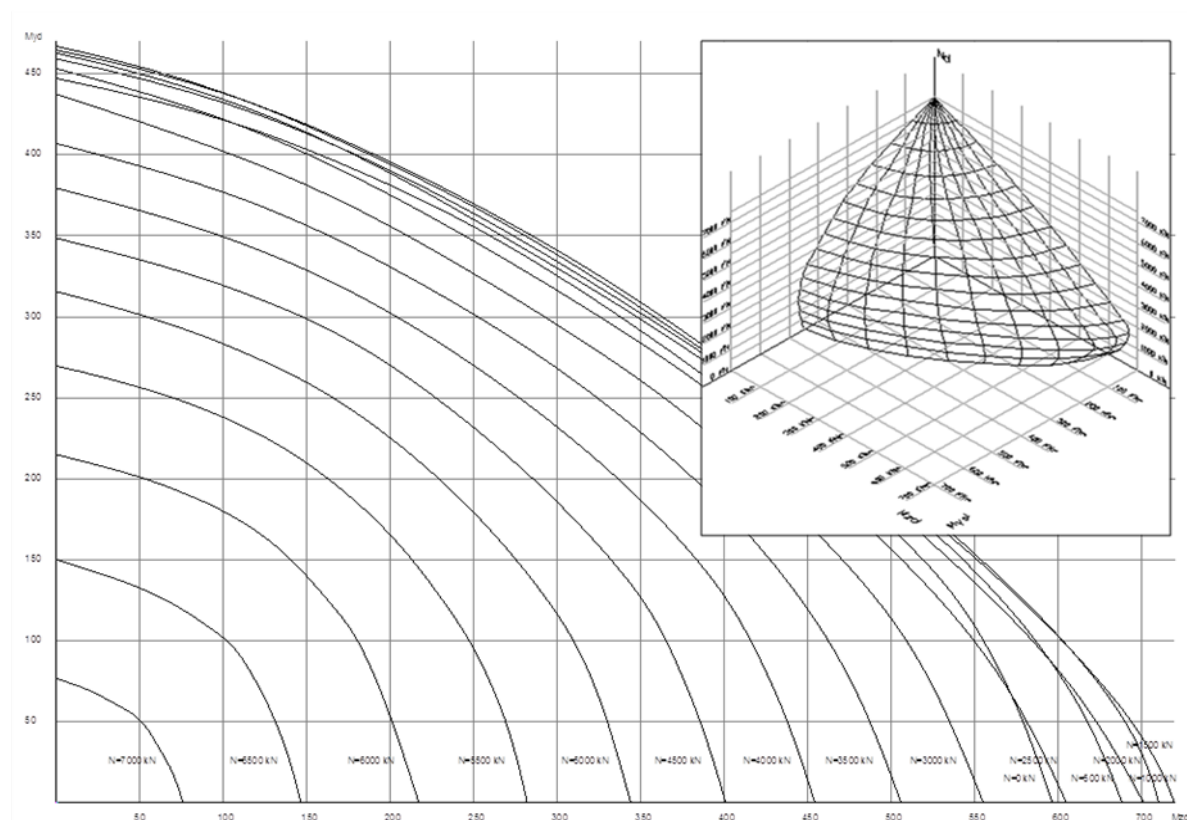


Figura 16: Curvas de dimensionamiento y superficie mecánica. Sección 45x45 HEB-280 8Φ20



4.3. Implementación en un programa de análisis estructural

La integración de la aplicación de cálculo que se ha expuesto, en el programa de análisis estructural AV_CID, permite el diseño y la comprobación de soportes de sección mixta hormigón-acero sometidos a flexocompresión esviada, de una forma muy ágil, lo que simplifica su uso en las oficinas técnicas.

De esta forma, tras la modelización de la estructura, plana o espacial, y su análisis, como es frecuente, en régimen lineal, el módulo desarrollado es capaz de comprobar la validez de la sección predimensionada.

Con carácter general, se puede definir el programa AV_CID como un programa informático de diseño y cálculo de estructuras, compuesto por los siguientes módulos:

- Módulo de generación del modelo de diseño de la estructura en un entorno CAD.
- Módulo de generación de la base de datos estructurales del modelo para su análisis.
- Módulo de análisis: capaz de realizar un cálculo en régimen elástico y lineal o bien un cálculo no lineal geométrico. El proceso se realiza por el método matricial de las rigideces para las estructuras de barras
- Módulo de visualización gráfica: deformada de la estructura, diagramas de solicitaciones en estructuras de barras, etc.
- Módulo de dimensionamiento de elementos de hormigón armado y de comprobación de elementos de acero.

Para conseguir el ensamblaje de la aplicación desarrollada han sido necesarias diversas intervenciones en el programa de análisis estructural, algunas de las cuales se exponen a continuación.

En el módulo de diseño.

En la barra de definición del tipo de sección, a las secciones típicas en hormigón armado y los perfiles metálicos, se les ha añadido la sección mixta para soportes, formada por un perfil doble T embebido en hormigón armado y otra a la sección mixta para vigas³, formada por un perfil doble T con una cabeza rectangular de hormigón armado.

Figura 17: Catálogo de tipos de secciones



Seleccionado este icono, el programa solicita dimensiones BxH de la sección de hormigón así como tipo y serie del perfil metálico. A partir de estos datos, el módulo desarrollado para la generación de datos de la sección, realiza su descomposición en celdillas para su posterior análisis.

Al mismo tiempo, una rutina realiza el cálculo de las inercias de la sección de cada parte que compone la sección, hormigón, acero estructural y acero de armar, y obtiene su inercia total equivalente de la sección en hormigón⁴, con el objeto de que el módulo de análisis disponga de los datos necesarios para poder evaluar la rigidez de las barras para el ensamblaje de la matriz de rigidez.

En el módulo de visualización.

El icono del menú del programa que se resalta con un recuadro en la Figura 18, facilita la información de las propiedades de cada una de las barras también cuando al soporte se le ha asignado una sección mixta. Entre las propiedades de la barra que se muestran al usuario están el área y las inercias adoptadas para el análisis.

En el módulo de dimensionamiento.

Con el objeto de no duplicar información, los valores de las características resistentes de los materiales y otros parámetros de dimensionamiento se obtienen de los cuadros correspondientes a las estructuras de hormigón armado o al acero estructural, respectivamente⁵.

³ En previsión de que en un futuro se desarrolle un módulo de cálculo de vigas mixtas integrado en el entorno AV_CID.

⁴ El análisis de estructuras que incluyen soportes de sección mixta se realiza como estructuras de hormigón armado.

⁵ Los coeficientes de minoración de las resistencias de dichos materiales se definen en la programación y no están, de momento, abiertos al usuario. Los coeficientes de mayoración de acciones se definen en las combinaciones de hipótesis y pueden ser modificados por el usuario.

Figura 18: Ventana de información de las propiedades de la barra

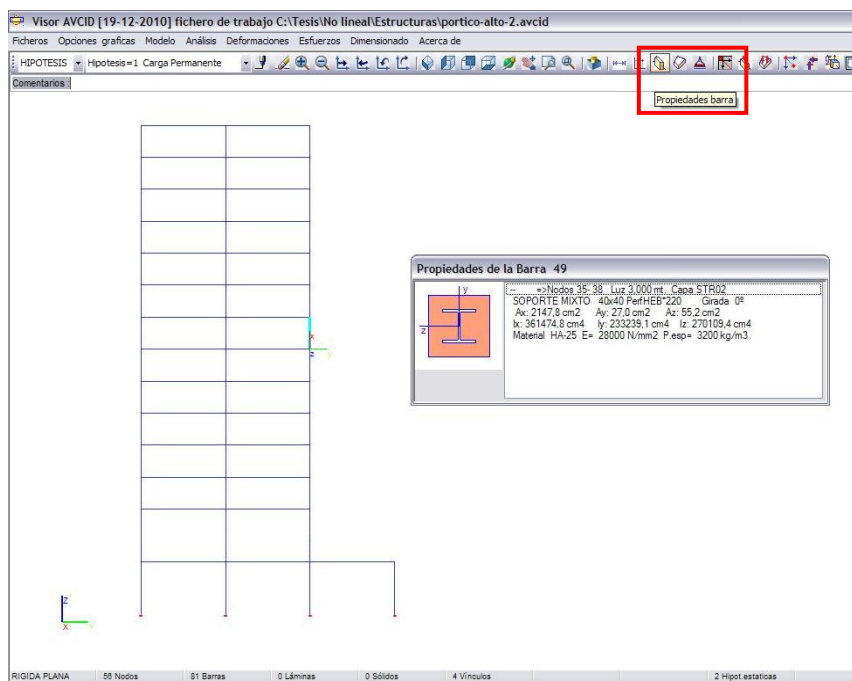


Figura 19: Cuadro de especificaciones del hormigón armado

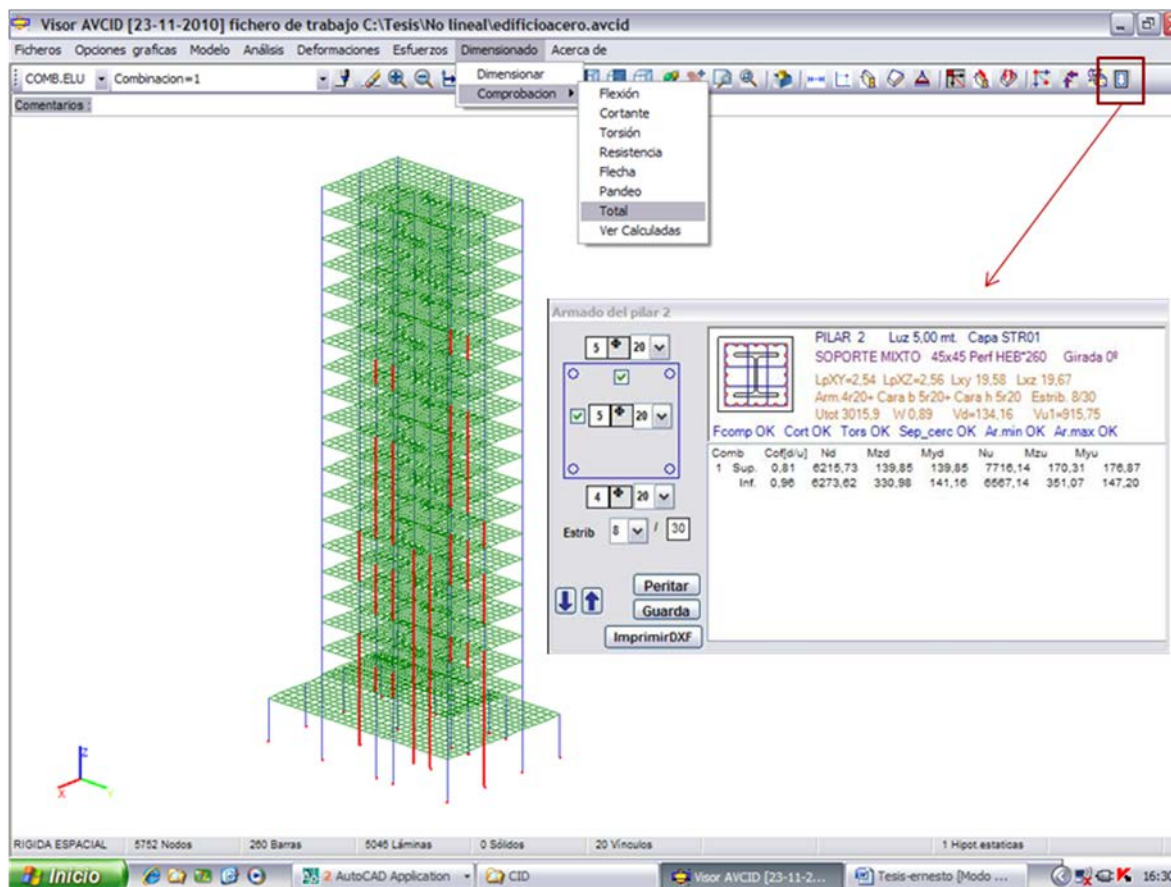


Tras el análisis de la estructura, la opción "Dimensionado", realiza el armado de las barras de hormigón armado y mixtas y la comprobación de los perfiles de acero estructural.

El proceso de dimensionamiento de los soportes mixtos consiste en introducir una armadura longitudinal mínima y comprobar la sección. En caso de ser insuficiente, se incrementa progresivamente la armadura y se vuelve a comprobar. Si se alcanza la armadura máxima y la sección continúa sin cumplir, el programa da por insuficiente el soporte, sin incrementar las dimensiones de la sección ni el tamaño del perfil cuya modificación queda a criterio del proyectista.

La opción “Comprobación”, permite verificar el estado de agotamiento de cada elemento y la idoneidad de la solución de forma visual, al grafiar en color rojo los elementos que no cumplen los estados límites.

Figura 20: Comprobación de soportes mixtos



Por último, la opción de peritación de las barras de la estructura facilita los datos del resultado final de cualquier barra: dimensiones de la sección, tamaño del perfil, número y diámetro de la armadura longitudinal, valor de las solicitaciones para cada una de las combinaciones de cálculo y solicitaciones de agotamiento lineales con aquéllas.

En esta ventana de diálogo, el proyectista puede modificar cualquiera de los parámetros de la sección, actualizándose de inmediato todos los valores del cálculo afectados por los cambios.

5. Conclusiones

En el presente texto hemos presentado una aplicación informática para el análisis de soportes de sección mixta, desarrollada a partir del planteamiento propuesto Viridi y Dowling y utilizando como marco de referencia las prescripciones del Eurocódigo 4.

En la evaluación de la capacidad resistente de la sección se han tenido en cuenta las características de los distintos materiales que la componen, empleando las ecuaciones constitutivas no lineales que relacionan la deformación con su tensión.

Como aplicación de esta herramienta hemos elaborado las curvas de interacción de una serie de secciones mixtas sometidas a flexocompresión plana, respecto de cada uno de sus ejes principales, que resultan de útil aplicación en el predimensionado de soportes mixtos.

Introduciendo una nueva variable, el giro de la fibra neutra respecto de los ejes principales de la sección, hemos generado la superficie mecánica de varias secciones mixtas. La representación tridimensional se ha realizado a partir de una serie de meridianos y paralelos. Para su aplicación práctica en el predimensionado de este tipo de elementos, la superficie se ha seccionado por una serie de planos de axil constante que conduce a un conjunto de curvas de más sencilla representación plana.

Cuando no se dispone del diagrama de interacción deseado debido a las dimensiones de la sección o por las resistencias de los materiales, el proyectista podrá definir los parámetros específicos a partir de los cuales la aplicación informática realizará su comprobación.

Por último, hemos mostrado las posibilidades en cuanto al análisis global de una estructura y la comprobación y dimensionamiento de soportes mixtos en una única plataforma, proporcionado por la implementación del módulo desarrollado en el programa de análisis matricial de estructuras, AV_CID. El resultado así obtenido representa una herramienta de gran utilidad en las oficinas técnicas, especialmente de aquellas involucradas en el proyecto de estructuras de edificios "en altura"

El avanzado motor de cálculo del que dispone el citado programa de análisis abre las puertas a futuros trabajos que evalúen los efectos de la no linealidad geométrica y mecánica en soportes de hormigón armado y mixtos.

6. Referencias

- Alonso, A. (2003). *Un modelo de integración del análisis estructural en entornos CAD para estructuras de edificación*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.
- Alonso, A. (2011). *AV_CID: Calcul i Diseny d'estructures*. Programa informático de análisis estructural. Versión para investigación. Valencia.
- Anderson, D., Beguin, P., Bode, H., Brekelmans, J., Falke, J., Janss, J., Lawson, R.M., & Mutignani, F. (1993). *Composite beams and columns to Eurocode 4*. European Convention for Constructional Steelwork. ECCS publication. Nº 72. Bruselas. Obtenido de <https://www.eccspublications.eu>
- Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR). (1993). *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*. Madrid: AENOR .
- Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR). (1996). *Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*. Madrid: AENOR.
- Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR). (1995). *Eurocódigo 4: Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación*. Madrid: AENOR.
- Corres, H., Martínez, J.L., Pérez, A., & López, J.C. (2001). *Prontuario informático del hormigón estructural 3.0. Módulo TN3. Flexión Compuesta Recta*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.

Daedalus Engineering s.à.r.l. (2006). *Composite Column Design according to Eurocode 4 (ENV 1994-1-1) versión 3.06*. Software realizado para Arcelor Sections Commercial S.A. Obtenido de <http://www.sections.arcelor.com>

Monfort, J. (2002). *Estructuras mixtas para edificación: Según criterios del Eurocódigo 4*. Valencia: Editorial UPV, D.L.

Quintero, F. (1991). *Comprobación de soportes compuestos según EC-4*. Madrid: Jornada sobre Eurocódigo 4.

Virdi, K.S. & Dowling, P.J. (1973). The ultimate strength of composite columns in biaxial bending. *Proceedings Institution of Civil Engineers*, 55, 251-273

7. Correspondencia

Ernesto Fenollosa Forner.

Phone: + 34 96 387 70 00 Ext. 76714

Fax: + + 34 96 387 96 79

E-mail: efenollo@mes.upv.es

URL:

http://www.upv.es/pls/oalu/sic_per.info_persona?PE=K5MRNhA8C7h5%2BvcTtRim2%2BJBkkazVjCyKzviCzINDZJF5qfM5p60C3aFOtRc0p0zOVyBjIB50U8WP%2BYZUdxGZ3u%2FmgrlxZGT4kGSRrNWMLLhyt%2FFoiUifQ%3D%3D&P_IDIOMA=c&P_TIPOBUS=0&P_VISTA=

Iván Cabrera i Fausto.

Phone: + 34 96 387 70 00 Ext. 76716

Fax: + + 34 96 387 96 79

E-mail: ivcabfau@mes.upv.es

URL:

http://www.upv.es/pls/oalu/sic_per.info_persona?PE=K5MRNhA8C7h5%2BvcTtRim2%2FmBpW2K9bCOromZiBn9f1dF5qfM5p60C3aFOtRc0p0zxpswZb1WdvsNw2s9GHQjyxcosSydWcWB41Wr7Ycr0oYmQMtQAGMHkw%3D%3D&P_IDIOMA=c&P_TIPOBUS=0&P_VISTA=