

ANÁLISIS DE DUCTILIDAD DE SECCIONES TIPO DE FORJADOS UNIDIRECCIONALES EJECUTADOS IN SITU

José Luis Gutiérrez-López

Laura Martínez-Martínez

Ana González-Marcos

Jorge Muro-Hernández

Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de La Rioja

Abstract

The design and construction of one-way floor slabs, which are widely used in Spain, is regulated by the standard "Code on Structural Concrete (EHE/08)". The usual slab cross-section, with T-shaped due to the top slab, has a greater strength capacity for positive moments, so it's very interesting the possibility of redistributing efforts, increasing the value of span positive moment and decreasing the value of the negative moment over the support. With the plastic analysis, results are independent of the sections of the pieces, so there is no need to repeat the calculation if any section is modified, and the distribution of upper and lower reinforcement is more balanced, allowing simpler construction. The site-cast one-way floor slabs must be calculated for any of the methods specified in current standard: linear analysis, nonlinear analysis, linear analysis with limited redistribution or plastic analysis. In order to use a plastic analysis, it is necessary to check the ductility of the sections. The main goal of this work is to demonstrate that for any standard cross-section of cast in situ one-way floor slabs, it is possible a high degree of effort redistribution, so normative ductility requirement is guaranteed without additional constructive action.

Keywords: *One-way floor slab; Plastic analysis; Ductility*

Resumen

El cálculo y ejecución de forjados unidireccionales, de uso generalizado en España, está regulado por la Norma Instrucción de Hormigón Estructural (EHE/08). La sección tipo de un forjado, en acusada forma de "T" gracias a la losa superior, tiene mayor capacidad resistente para momentos positivos, por lo que es muy interesante la posibilidad de redistribuir esfuerzos, aumentando el valor del momento positivo de vano y disminuyendo el valor del momento negativo sobre el apoyo. Con el análisis plástico, los resultados son independientes de la secciones de las piezas, con lo que no es necesario repetir el cálculo si se modifica alguna sección, y la distribución de armado inferior y superior es más equilibrada, lo que permite despieces más sencillos. Los forjados con viguetas ejecutadas in situ deben calcularse por alguno de los métodos especificados en la normativa vigente: análisis lineal, no lineal, lineal con redistribución limitada o análisis plástico. Para realizar el cálculo plástico, debe comprobarse la ductilidad de las secciones. En este trabajo pretende demostrarse que, para cualquier tipo usual de forjado ejecutado in situ, es viable un alto grado de redistribución, por lo que queda garantizada la exigencia normativa de ductilidad sin tomar medidas constructivas adicionales.

Palabras clave: Forjado unidireccional; Análisis plástico; Ductilidad

1. Introducción

El cálculo y ejecución de forjados unidireccionales, de uso generalizado en España, está regulado por la Norma Instrucción de Hormigón Estructural (EHE/08). La sección tipo de un forjado, en acusada forma de “T” gracias a la losa superior, tiene mayor capacidad resistente para momentos positivos, por lo que es muy interesante la posibilidad de redistribuir esfuerzos, aumentando el valor del momento positivo de vano y disminuyendo el valor del momento negativo sobre el apoyo.

Con el análisis plástico los resultados son independientes de la secciones de las piezas, por lo que no es necesario repetir el cálculo si se modifica alguna sección, y la distribución de armado inferior y superior es más equilibrada, lo que permite despieces más sencillos.

En la Norma EHE/08 se tratan de manera diferente los forjados con viguetas prefabricadas y los forjados con viguetas ejecutadas in situ. Mientras los primeros pueden calcularse mediante el método simplificado incluido en el Anejo nº12, los segundos deben calcularse por alguno de los métodos especificados en el Artículo nº19 (análisis lineal, no lineal, lineal con redistribución limitada o análisis plástico).

Aunque en los comentarios al Artículo 21º de la Norma EHE/08, “Estructuras reticulares planas, forjados y placas unidireccionales” se especifica:

En la redistribución de esfuerzos de forjados unidireccionales es posible considerar como leyes envolventes de momentos flectores las que resulten de igualar, en valor absoluto, los momentos en los apoyos y en el vano.

En el Anejo nº12 se presenta un método simplificado para la redistribución de esfuerzos en forjados.

no hay consenso sobre si es viable el cálculo plástico sin la comprobación de ductilidad que obliga la norma en el artículo 19.2.4, debido a la referencia hecha en dichos comentarios al Anejo nº12, exclusivo para forjados con piezas prefabricadas.

Por ello, es conveniente comprobar la ductilidad de las secciones si se quiere realizar, para un forjado in situ, cálculo plástico, según el Artículo 19.2.4. “Análisis Plástico”:

Es aquel que está basado en un comportamiento plástico, elastoplástico o rígido plástico de los materiales y que cumple al menos uno de los teoremas básicos de la plasticidad: el del límite inferior, el del límite superior o el de unicidad.

Debe asegurarse que la ductilidad de las secciones críticas es suficiente para garantizar la formación del mecanismo de colapso planteado en el cálculo.

En el presente trabajo se pretende demostrar que para cualquier tipo usual de forjado ejecutado in situ, es viable un alto grado de redistribución, por lo que queda garantizada la exigencia normativa de ductilidad sin tomar medidas constructivas adicionales.

El resto del documento está estructurado de la siguiente manera. En la sección 2 se introduce la metodología empleada y se describen los distintos casos analizados. Posteriormente, en la sección 3 se presentan los materiales utilizados en este estudio. El cálculo de las rotaciones requeridas en las articulaciones plásticas, así como de la capacidad de rotación de las secciones de hormigón, se introduce en las secciones 4 y 5, respectivamente. En la sección 6 se muestran y analizan los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección 7, se presentan las conclusiones del estudio realizado.

2. Metodología

Con objeto de comprobar el grado de redistribución factible en forjados usuales ejecutados in situ, en este estudio se propone la obtención de la capacidad de rotación requerida (ver apartado 4), en un amplio espectro de casos, para cálculo plástico, cálculo elástico con redistribución limitada al 15% y cálculo mediante el método de las rótulas plásticas.

Para ello, se ha programado un generador de modelos de forjado que contempla casos desde 2 a 7 vanos, con luces de 4,0m a 6,5m en intervalos de 0,5m (ver Tabla 1). Se han considerado estos valores ya que son las luces más usuales en forjados unidireccionales de edificación y, para un número superior a 7 vanos, normalmente es necesario disponer una junta de dilatación.

Tabla 1. Número de modelos analizados

| Nº de vanos | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Total |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | 6 ² | 6 ³ | 6 ⁴ | 6 ⁵ | 6 ⁶ | 6 ⁷ | |
| Nº de casos | 36 | 216 | 1.296 | 7.776 | 46.656 | 279.936 | 335.916 |

Nota: Luces consideradas: 4,0m; 4,5m; 5,0m; 5,5m; 6,0m; 6,5m.

Para cada uno de los casos obtenidos, y para cada uno de los tres métodos de cálculo propuestos –cálculo plástico, cálculo elástico con redistribución limitada al 15% y cálculo mediante rótulas plásticas–, se obtiene la capacidad de rotación necesaria en todos sus apoyos interiores, considerando que los apoyos extremos pueden girar libremente.

Igualmente, para cada apoyo se obtiene el armado necesario y su capacidad de rotación por dos métodos (ver apartado 5) para una sección tipo de nervio de 12x30cm (ver apartado 3.3), la habitual para las luces máximas consideradas.

A continuación, se realiza la comparación entre la capacidad de rotación requerida y la disponible mediante el denominado *factor de cumplimiento*.

$$\text{factor de cumplimiento} = \frac{\text{capacidad rotación requerida}}{\text{capacidad rotación disponible}} \quad (1)$$

Este factor debe ser inferior a la unidad para asegurar la ductilidad de las secciones críticas, tal y como exige la normativa.

Se comprobará también si la ductilidad requerida depende de las luces de proyecto, comparándose la media de las luces de cada paño de forjado con la ductilidad necesaria en sus apoyos. Se establecen las siguientes graduaciones: luces bajas (media de 4,0m a 4,75m), luces medias (media de 4,75 a 5,75m) y luces altas (media de 5,75m a 6,5m)

2.1 Ductilidad

La curvatura de una sección es la inclinación de su plano de deformación. Esta curvatura es proporcional al momento flector al que está sometida la pieza e inversamente proporcional a su rigidez a flexión.

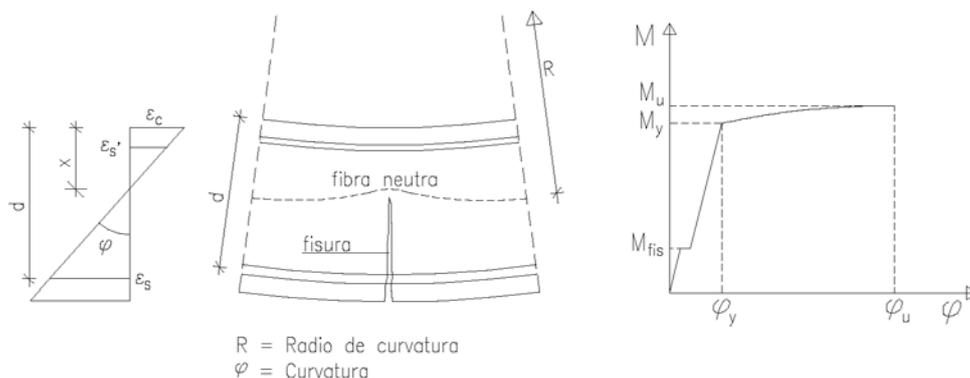
La curvatura última de una sección es la curvatura en el momento de la rotura, esto es, la inclinación de su plano de rotura. La evolución de la curvatura en una sección, desde el inicio hasta la rotura, puede representarse mediante el diagrama *Momento-Curvatura* (ver Figura 1).

La expresión de la curvatura φ es:

$$\varphi = \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI_{fis}} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \quad (2)$$

siendo r el radio de curvatura medido hasta la fibra neutra y $1/r$ la curvatura del elemento (rotación por unidad de longitud de viga).

Figura 1: Curvatura de una pieza. Diagrama *Momento-Curvatura*



La curvatura varía a lo largo de la pieza debido a las variaciones de la profundidad de la fibra neutra y de las deformaciones entre las grietas. Si la longitud considerada es pequeña y abarca una grieta, la curvatura está definida por la ecuación anterior, siendo ε_c y ε_s las deformaciones unitarias en la sección fisurada. El diagrama *Momento-Curvatura* de una sección suele representarse mediante tres tramos (ver figura 1).

Generalmente, se denomina ductilidad a la relación entre la curvatura última y la curvatura en el límite elástico. Por ello, a mayor curvatura última, mayor ductilidad.

Una sección con una elevada ductilidad, posee una alta capacidad de deformación antes de su rotura, manteniendo la capacidad a momento flector próxima al valor último, con curvaturas grandes. Esto hace que sea una propiedad muy deseable, ya que la rotura se producirá con elevadas deformaciones evitando el fallo frágil, lo que le confiere un gran "capacidad de aviso".

Además, la ductilidad tiene relación directa con la capacidad de formación de rótulas plásticas y la consiguiente redistribución de esfuerzos, que conlleva un aumento de la carga última en las estructuras hiperestáticas. Por tanto, para asegurar la capacidad de distribución de momentos, es necesario garantizar una ductilidad suficiente en las zonas donde se formen las articulaciones plásticas.

La rotación entre dos secciones de una viga es la suma de las curvaturas en dicho intervalo, es decir, la integral de la curvatura (Park & Paulay, 1994).

$$\theta_{A-B} = \int_A^B \varphi dx \quad (3)$$

3. Materiales y secciones

3.1 Hormigón

▪ Resistencia de cálculo del hormigón

Se considera como resistencia de cálculo del hormigón en compresión el valor $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$, con $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ y $\gamma_c = 1,50$

Estos valores se corresponden con un hormigón tipo HA25 (tipo habitual en edificación), en situación de proyecto persistente o transitoria, según norma EHE/08

▪ **Diagrama tensión-deformación de cálculo del hormigón**

Se adopta el diagrama parábola rectángulo definido en EHE/08. Dicho diagrama está formado por una parábola de grado n y un segmento rectilíneo. El vértice de la parábola se encuentra en la abscisa $\varepsilon_{c0} = 2\text{‰}$ (deformación de rotura del hormigón a compresión simple) y el vértice extremo del rectángulo en la abscisa $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ (deformación de rotura del hormigón en flexión). La ordenada máxima del diagrama corresponde a una compresión igual a f_{cd}

▪ **Módulo de deformación longitudinal del hormigón**

Se adopta como módulo de deformación longitudinal secante $E_{cm} = 8500 \sqrt[3]{f_{cm}}$

3.2 Acero

▪ **Resistencia de cálculo de las armaduras pasivas**

Se considera como resistencia de cálculo del acero $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$, con $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ y $\gamma_s = 1,15$

Estos valores se corresponden a un acero B500S (de uso generalizado) en situación de proyecto persistente o transitoria según norma EHE/08

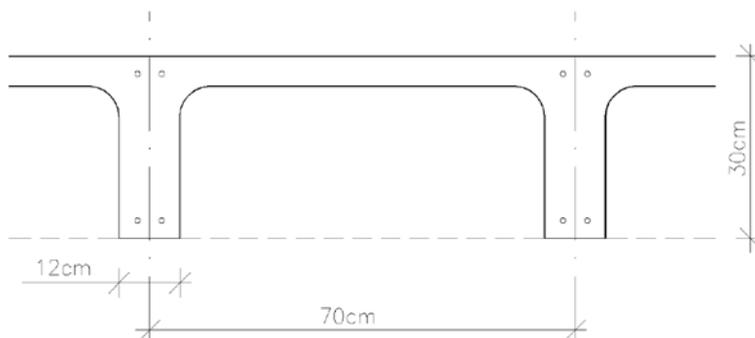
▪ **Diagrama tensión-deformación de cálculo del acero en las armaduras pasivas**

Se utiliza un diagrama de cálculo bilineal con rama horizontal a partir del límite elástico y tomando como módulo de deformación longitudinal del acero $E_s = 200\,000 \text{ N/mm}^2$. Se adopta una deformación máxima del acero en tracción $\varepsilon_{max} = 10\text{‰}$

3.3 Secciones consideradas

Se considera una sección tipo de forjado de uso habitual, de canto total 30cm y con intereje entre nervios de 70cm. El ancho de nervio para el que se realiza la comprobación es de 12cm. Se ha considerado que todas las secciones tienen, al menos, como armado comprimido 2r8, que se corresponde con la cuantía geométrica mínima para vigas especificada en EHE/08.

Figura 2: Sección tipo de forjado analizado



Las combinaciones de armado empleadas y los resultados de sección (por nervio excepto M_u) se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Combinaciones de armado y resultados de sección

| Armado | A_s (cm ²) | M_u (kNm) | x (cm) | $\varphi_y \cdot 10^{-3}$ | $\varphi_u \cdot 10^{-3}$ | EI_f (kNm ²) |
|---------|--------------------------|-------------|----------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| r8+r8 | 1,0 | 11,6 | 3,38 | 9,2 | 41,5 | 1217 |
| r8+r10 | 1,29 | 14,8 | 3,82 | 9,5 | 42,2 | 1515 |
| r10+r10 | 1,58 | 18,0 | 4,24 | 9,7 | 43,0 | 1797 |
| r12+r10 | 1,92 | 21,8 | 4,72 | 10,0 | 43,9 | 2112 |
| r12+r12 | 2,26 | 25,4 | 5,19 | 10,2 | 44,8 | 2410 |
| r16+r10 | 2,80 | 31,2 | 5,93 | 10,6 | 46,4 | 2856 |
| r16+r12 | 3,14 | 34,7 | 6,49 | 10,8 | 47,4 | 3121 |
| r16+r16 | 4,02 | 43,4 | 8,11 | 11,3 | 43,2 | 3762 |
| r20+r20 | 5,15 | 53,2 | 11,14 | 11,2 | 31,4 | 4504 |

A_s : Área de acero traccionado; M_u : Momento seguro de la sección (incluye coeficiente parcial de seguridad de acciones=1,40); x : Profundidad de la fibra neutra; φ_y : Curvatura elástica; φ_u : Curvatura última; EI_f : Rigidez fisurada.

Para poder verificar la capacidad de rotación de las secciones es necesario obtener, para cada una de ellas, la curvatura elástica φ_y , el momento último M_u y curvatura última φ_u (se emplea para el cálculo de las curvaturas últimas la aplicación *Prontuario Informático de Hormigón Estructural* (Corres Peireti et al., 2001), así como la longitud equivalente de la articulación plástica.

4. Cálculo de rotaciones requeridas en las articulaciones plásticas

4.1 Rotaciones requeridas en las rótulas plásticas

Para una estructura con n apoyos, según la formulación propuesta por Park y Paulay (1994), la rotación en la articulación i será:

$$-\theta_i = \delta_{i0} + M_1\delta_{i1} + M_2\delta_{i2} + \dots + M_i\delta_{ii} + \dots + M_n\delta_{in} \quad (4)$$

que puede escribirse como:

$$-\theta_i = \delta_{i0} + \sum M_k\delta_{ik} \quad (5)$$

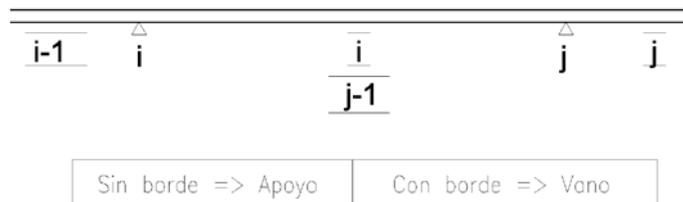
▪ Proceso para obtener las rotaciones requeridas:

1. Hacer la estructura estáticamente determinada colocando articulaciones en los puntos de formación de rótulas plásticas. En el caso de vigas continuas, las rótulas plásticas se formarán en primer lugar en los apoyos.
2. Encontrar las rotaciones en las articulaciones provocadas por:
 - a) Las cargas externas
 - b) Los momentos máximos que actúan en las articulaciones.

▪ Cálculo del coeficiente δ_{ik} . (Rotación en la articulación i debida a $M_k=1$ actuando en la articulación k)

En el caso de una viga continua, sólo tienen influencia, además de δ_{i0} (rotación debida a cargas externas) los giros δ_{ii} , $\delta_{i,i-1}$ y $\delta_{i,i+1}$

Figura 3: Notación para vanos y apoyos



Considerando la notación de la figura 3:

$$\delta_{i,i} = \frac{l_{i-1}}{3EI_{i-1}} + \frac{l_i}{3EI_i} ; \delta_{i,i+1} = \frac{l_i}{6EI_i} ; \delta_{i,i-1} = \frac{l_{i-1}}{6EI_{i-1}} \quad (6)$$

▪ **Cálculo del coeficiente δ_{i0}**

En una viga continua con carga repartida, la rotación en el apoyo i será la suma de las rotaciones en el vano anterior y posterior. El giro en el apoyo i debido a las cargas externas será:

$$\delta_{i,0} = -\frac{M_{i-1}l_{i-1}}{3EI_{i-1}} - \frac{M_i l_i}{3EI_i} \quad (7)$$

siendo M el momento isostático.

Por lo que, para obtener el giro en un apoyo de una viga continua:

$$-\theta_i = \delta_{i0} + M_{i-1}\delta_{i,i-1} + M_i\delta_{i,i} + M_{i+1}\delta_{i,i+1} \quad (8)$$

con los valores de δ obtenidos anteriormente.

5. Cálculo de la capacidad de rotación de las secciones de hormigón armado

La rotación entre dos puntos cualesquiera de una viga se puede calcular integrando las curvaturas a lo largo del intervalo (Park & Paulay, 1994).

$$\theta_A = \int_A^B \varphi dx \quad (9)$$

Se supone que en el apoyo se ha alcanzado el momento último M_u y por tanto la curvatura última φ_u . La curvatura plástica abarcará una longitud, de al menos, aquella en la que el momento flector supera al momento en el que se alcanza el límite elástico del acero ($M_y - \varphi_y$, ver figura 1).

La zona de rotación plástica se puede reemplazar por un rectángulo equivalente de altura $\varphi_u - \varphi_y$ y de anchura l_p , que tenga un área aproximadamente equivalente a la de la distribución real).

En consecuencia, el valor de la rotación de la articulación plástica a un lado de la sección puede expresarse como:

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) l_p \quad (10)$$

Se deben obtener, por tanto, los valores de curvatura elástica (φ_y), curvatura última (φ_u) y longitud equivalente de la rótula plástica (l_p).

5.1 Cálculo de la curvatura elástica φ_y . Sección rectangular.

Para analizar el estado tensional de piezas de hormigón armado en situaciones de servicio, antes de que el acero alcance su límite elástico, se usa el “método clásico” de cálculo de secciones (García Meseguer, Moran & Arroyo, 2010).

El valor de la curvatura será:

$$\varphi_y = \frac{\sigma_y / E_s}{d - x} \quad (11)$$

siendo σ_y la tensión en el límite elástico (f_{yd})

5.2 Cálculo de la curvatura plástica φ_u . Sección rectangular.

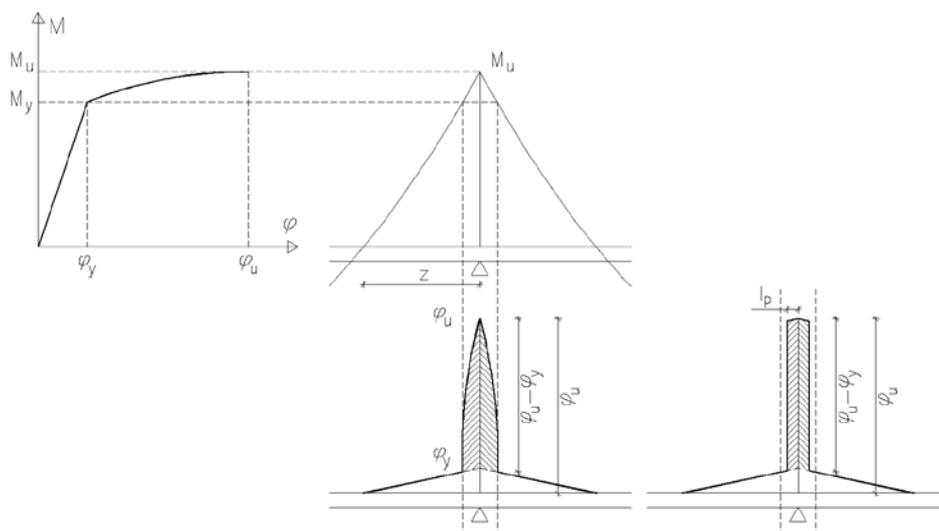
El valor de la curvatura será:

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (12)$$

5.3 Cálculo de la longitud equivalente de la articulación plástica l_p .

Se han propuesto diversas expresiones empíricas para calcular la longitud equivalente de la articulación plástica (ver figura 4).

Figura 4: Longitud de la articulación plástica



Entre otras, se destacan las desarrolladas por los siguientes autores:

- Baker (1956): $l_p = 0,6\left(\frac{z}{d}\right)^{1/4} d$
- Corley (1966): $l_p = 0,5d + 0,2\sqrt{d}\left(\frac{z}{d}\right)$
- Mattock (1967) propone una simplificación de la expresión de Corley: $l_p = 0,5d + 0,05z$
- Sawyer (1964): $l_p = 0,25d + 0,077z$
- Comité 428 de ACI-ACSE: $0,25d + 0,03z \leq l_p \leq 0,5d + 0,1z$
- Paulay y Priestley (1992): $l_p = 0,08l + 0,022d_b f_{yd}$

En el caso de los forjados unidireccionales objeto de estudio, las esbelteces son bastante superiores a las consideradas por Paulay y Priestley (1992). Por ello, y del lado de la seguridad, se corrige la fórmula mediante la relación de esbelteces:

$$k = \frac{6,25}{21,6} \simeq 0,30 \quad (13)$$

siendo la expresión corregida:

$$l_p = 0,30 \cdot 0,08l + 0,022d_b f_{yd} \quad (14)$$

En todas las expresiones, la longitud plástica equivalente depende del canto útil del elemento y de la luz entre apoyos, directamente como en la expresión de Paulay y Priestley (1992) o indirectamente a través del valor de z (distancia desde sección crítica a puntos de inflexión de gráfica de momentos).

Para la obtención de la longitud equivalente, se emplearán las expresiones de Mattock (1967) y la de Paulay y Priestley (1992). Ello permitirá comparar los resultados obtenidos mediante una expresión en la que el factor más influyente es el canto útil del elemento con una expresión en la que el valor más significativo es la luz entre apoyos, siendo además la expresión de Paulay y Priestley (1992) la propuesta más moderna.

En el caso de un apoyo en continuidad, la longitud equivalente de la articulación plástica será la suma de las longitudes equivalentes a ambos lados del apoyo.

6. Resultados

Se han analizado un total de 335.916 casos de forjados, desde dos a siete vanos, con seis valores diferentes de luz entre apoyos, empleando dos métodos distintos para el cálculo de las longitudes plásticas equivalentes (ver apartado 5.3). Esto equivale a un total de 1.948.356 apoyos evaluados por tres métodos de cálculo de esfuerzos y por dos métodos de comprobación de capacidad de rotación.

6.1 Factores de cumplimiento

En cada uno de los casos analizados se ha obtenido la rotación necesaria en la articulación plástica para cada método de cálculo, y la capacidad de rotación de la sección. La redistribución considerada en cada método de cálculo podrá producirse si la capacidad de rotación es superior a la rotación necesaria.

Para comparar ambos valores se emplea el *Factor de cumplimiento*.

$$\text{Factor de cumplimiento} = \frac{\text{Rotación necesaria}}{\text{Capacidad de rotación de la sección}} \quad (15)$$

El paño de forjado se encontrará en situación segura si *Factor de cumplimiento* $\leq 1,0$

El método propuesto por Mattock (1967) arroja valores más conservadores que el método propuesto por Paulay-Priestley (1992), como puede observarse en la figura 5.

▪ Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de A.H. Mattock (1967)

En los cálculos realizados empleando esta propuesta, se observa que hay un porcentaje de casos que supera el límite de *Factor de cumplimiento* = 1,0. Estos son, en el caso de los esfuerzos obtenidos mediante cálculo plástico, 51.284 apoyos cuyo valor se encuentra entre 1,0 y 1,05. Esto representa un 2,65% del total de los apoyos analizados. Uno de los resultados supera el valor 1,05 con un factor de cumplimiento de 1,11.

En el caso de esfuerzos obtenidos mediante rótulas plásticas, el número de apoyos con factor de cumplimiento entre 1,0 y 1,05 es de 48.697, lo que representa un 2,51% del total de apoyos analizados. No hay ningún valor de factor de cumplimientos superior a 1,05

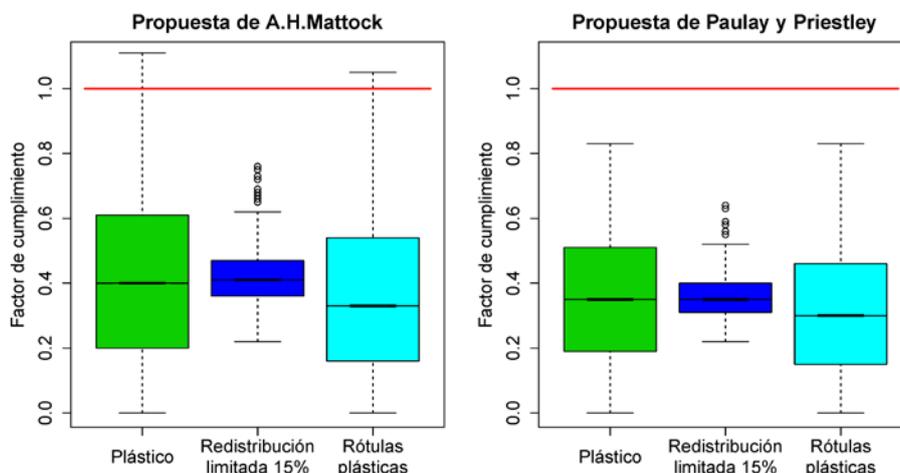
Cuando los esfuerzos se obtienen a partir del cálculo elástico con una redistribución limitada al 15%, no se supera en ningún caso la capacidad de rotación de la sección.

La distribución de los valores puede observarse en la figura 5.

▪ **Cálculo de longitudes plásticas mediante la expresión de Paulay y Priestley (1992)**

En los cálculos realizados empleando esta propuesta, la más moderna de las obtenidas, ningún caso sobrepasa el límite del *Factor de cumplimiento* = 1,0. La distribución de los valores puede observarse en la figura 5.

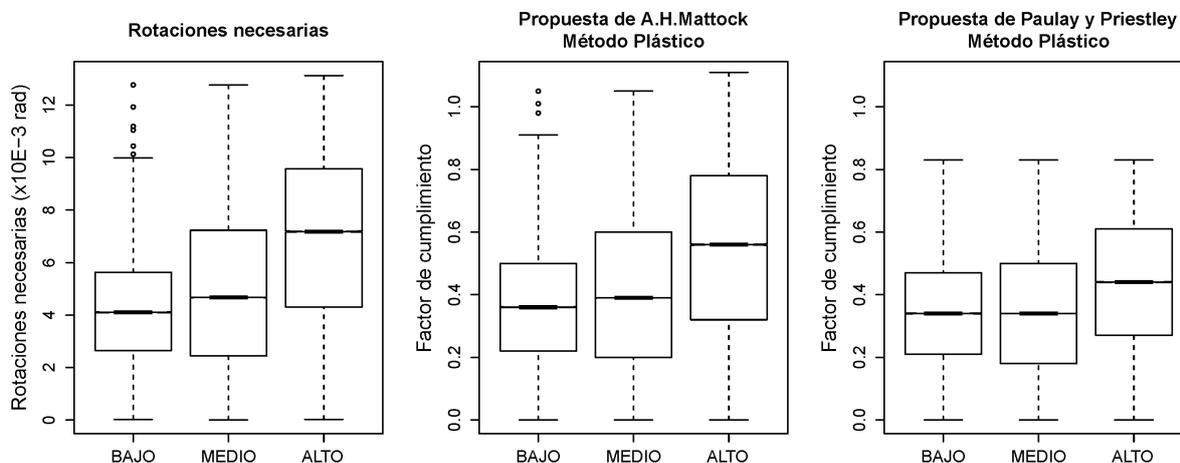
Figura 5: Factores de cumplimiento



6.2 Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado

Se establecen las siguientes graduaciones (ver apartado 2): luces bajas (media de 4,0m a 4,75m), luces medias (media de 4,75 a 5,75m) y luces altas (media de 5,75m a 6,5m). Los resultados obtenidos se reflejan en la figura 6.

Figura 6: Ductilidad requerida en función de las luces del tramo de forjado

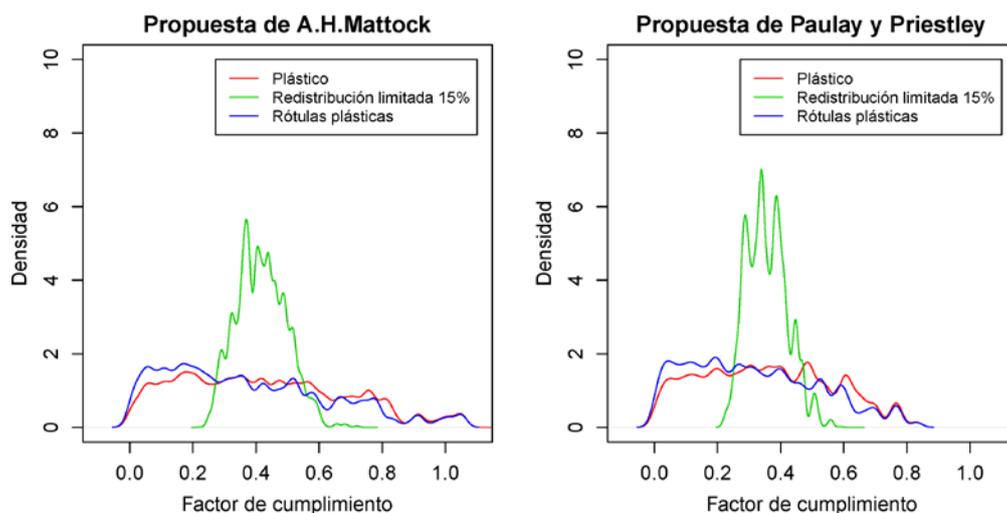


7. Conclusiones

Se observa que, para los casos analizados, sólo un porcentaje muy pequeño sobrepasa el factor de cumplimiento cuando se usa el método propuesto por Mattock (1967). Cuando se emplea el método, más moderno, propuesto por Paulay y Priestley (1992), en ningún caso se supera el factor de cumplimiento, por lo que la ductilidad está garantizada para las luces habituales de forjados de edificación con los datos geométricos del forjado considerado, de uso muy extendido.

Hay que tener en cuenta que la capacidad resistente disponible para las secciones no es continua, ya que está determinada por los diámetros de armadura disponibles. Esto tiene como consecuencia que, a no ser que se empleen métodos de cálculo por capacidad, las secciones se sobredimensionan para ajustarlas a una combinación de diámetros de acero comerciales. Este sobredimensionado habitual y difícilmente evitable tiene como consecuencia que la redistribución real será algo inferior a la calculada, ya que el momento último resistente de la sección es habitualmente superior al momento último supuesto. Por ello, las secciones sobre los apoyos estarán en mejores condiciones de ductilidad que las obtenidas en este estudio.

Figura 7: Factores de cumplimiento según método de cálculo. Densidad



También se observa, lógicamente, que la ductilidad tiene una relación directa con la dimensión de las luces empleadas, sin que la capacidad de giro de las articulaciones plásticas aumente, de manera similar, al aumentar la capacidad resistente de las secciones. Ello tiene como consecuencia que, a medida que se aumentan las luces de proyecto, aumenta el factor de cumplimiento acercándose al valor límite. En el caso de que se empleasen secciones de nervio inferiores al aquí estudiado, con la consiguiente disminución de ductilidad, el valor de las luces para las que se verifica el cumplimiento de ductilidad, disminuye. En tanteos realizados, se estima –se considera que los valores son admisibles cuando no hay más de un 2% de valores que superan el factor del cumplimiento en un 5%– que con nervios de ancho 10cm, las luces máximas que puede cubrirse rondan en torno a los 5,00 m considerando el método de Mattock (1967) y en torno a los 5,50 m empleando la propuesta de Park Priestley(1992).

Tras el análisis realizado puede concluirse que, para forjados ejecutados in situ con luces hasta 6,50 m, canto 30cm y un ancho de nervio de 12cm, pueden obtenerse los esfuerzos mediante cálculo plástico sin necesidad de verificar la ductilidad en los apoyos.

En el caso de que se reduzcan las dimensiones geométricas de las secciones, bien el canto, bien el ancho, la reducción de ductilidad puede llegar a hacer inviable la redistribución total de esfuerzos obtenida mediante cálculo plástico. No es frecuente actualmente trabajar con esbelteces superiores a 21 (luz/canto), por lo que para el máximo de luces consideradas en este análisis (6,50m) el canto no será inferior al considerado prácticamente en ningún caso.

Para el caso de que se reduzca el ancho del nervio a 10 cm, las luces máximas que podríamos cubrir manteniendo la redistribución total de esfuerzos se reducirían a valores comentados anteriormente. No es habitual la reducción, para luces elevadas, del ancho del nervio por debajo de 12 cm debido al sobrecoste producido por los refuerzos necesarios consecuencia de la reducción de resistencia ante esfuerzo cortante.

Referencias

- Baker, A.L.L. (1956) *Ultimate Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames*, Concrete Publications Ltd, Londres.
- Comisión Permanente del Hormigón (2008). *Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08*. Ministerio de Fomento. Gobierno de España.
- Corley, W.G. (1966). *Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams*, Journal of Structural División, ASCE.
- Corres Peiretti, H., Martínez Martínez, J.L.; Pérez Cladentey, A.; López Agüi, J.C. (2001). *Prontuario informático del hormigón estructural 3.0*. Instituto Español del Cemento y sus Aplicaciones (IECA)
- García Meseguer, A. Morán Cabré, F., Arroyo Portero, J.C. (2010). *Jimenez Montoya Hormigón Armado 15ª Ed.* Gustavo Gili. Barcelona.
- Mattock, A.H. (1967). *Discusión of Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams*, por W.G. Corley, Journal of Structural División, ASCE.
- Park, R.; Paulay T. (1994). *Estructuras de concreto reforzado*. Editorial Limusa, Grupo Noriega Editores, México.
- Paulay, T.; Priestley, M.J.N. (1992). *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. John Wiley & Sons, Inc, New York.
- Sawyer, H.A. (1964). Design of Concrete Frames for Two Failure States, *Proceedings of the International Symposium on the Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, ASCE-ACI, Miami 1964

Correspondencia (Para más información contacte con):

Ana González Marcos.
Área de Proyectos de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Mecánica.
Universidad de La Rioja
C/ Luis de Ulloa 20, 26004 Logroño, La Rioja (España).
Phone: +34 941 299 519
E-mail: ana.gonzalez@unirioja.es